Digitized by Google

5.502

Digitized by Google

5. 5. 502

Digitized by Google

DE
LUMINE
DISSERT. TIO PHYSICA

QVAM

IN SEMINARIO ROMANO

AD DISPVTANDVM PROPOSVIT

D. JOSEPH JOACHIMUS
A VERETERRA, ET AGURTO
E MARCHIONIBUS CASTAGNAGAE

EJUSDEM SEMINARII CONVICTOR, ATQUE
ACADEMICUS REDIVIVUS.

ROMAE M. DCC. LIV.

Typis Antonii de Rubeis apud Pantheon in Via Seminarii Romani.

SVPERIORVM PERMISSV.

Digitized by Google

§. I.

De Luminis Proprietatibus Permanentibus.

I. Quae in Lumine deprehenduntur proprietates ſtabiles, & immanentes, eae aut ad propagationem pertinent, aut ad reflexionem, & refractionem, quarum ſpecies quaedam diffractio eſt, aut ad colores. De his ut diſſeramus, antequam in ipſam Luminis naturam inquiramus, ordo poſtulat, & recta philoſophandi methodus.

II. Lumen per rectas lineas in medio uniformi progredi ſuadent quaecumque ea de re capere poſſumus experimenta, & quamvis ex his, quamdiu directa utimur argumentatione, rem certo conficere non poſſimus; tamen cum ea ſuppoſitio ad Opticam univerſam, Geodeſiam, & Aſtronomiam translata, ubique ad concluſiones deducat & inter ſe, & cum rebus ipſis conſentientes; quin ita ſe res habeat dubitare non poſſumus. Motum porrò rectilineum cum dicimus, hunc intelligi volumus relatè ad ſpatium, in quo nos una cum omnibus objectis nobis conſpicuis verſamur, praeſcindendo a motu quodam communi, quo ſpatium ipſum interea, una cum omnibus in eo contentis in certam fortaſſe plagam moveatur. Iterum enim in his nobis occurret neceſſitas motus reſpectivi Telluris, quo in ſuperioris diei diſputatione uſi ſumus, & hunc ubique intelligi volumus in ſequentibus, non autem verum, & abſolutum.

III. Illud in Luminis propagatione maximè notandum, quod ultra obſtaculum objectum non circumquaque in Orbem propagatur, ut in Sono contingit, aut undis in fluido propagatis. In quo quidem ſenſu ſi accipiatur rectilinea Luminis propagatio, quatenus ſcilicet in umbram quaquaverſus non inflectitur; haec ex phaenomenis directa etiam argumentatione certò deducitur.

IV. Quod autem Lumen cum aliqua temporis mora propagetur, manifeſtò evincunt phaenomena Satellitum Jovis. Conſtat ſiquidem, in intimi praeſertim Satellitis phaſibus, cujus motus & breviores habent periodos, & facilius ad calculos revocantur, certam dari accelerationum, & re-

retardationum viciſſitudinem , quae connexa ſit cum Telluris ab Jove diſtantia. Dum enim ab Jove cum Sole conjuncto Tellus recedit, retardantur perpetuò Satellitis emerſiones ab umbra, & contra dum Tellus poſt oppoſitionem Jovis cum Sole eidem perpetuo ſit propior, ejuſdem immerſiones minori ſemper temporis diſtant intervallo. Cum autem acceleratio, & retardatio cum Telluris diſtantia connexa non aliam cauſam habere poſſit , quàm moram Luminis a Satellite ad nos propagati , qua ubique fieri debet, ut ſerius videri incipiat ex umbra emergens, quo majus intervallum metiri debet Lumen ab eo primum reflexum, citius videri deſinat umbram ſubiens, quo minori intervallo ad nos defertur Lumen quod ultimò reflectit; meritò hanc ipſam moram intulit Roëmerus, & inde ad Satellitum motus ſupputandos tertia Aequatio Tabulis Aſtronomicis eſt adjecta.

V. Quae his Maraldus oppoſuit eos ſolos commovere poſſunt , poſt tantum ſequentium Aſtronomorum conſenſum, qui in hoc rerum genere nonniſi nomina Auctorum valent expendere. Ejus objectionibus abunde ſatisfactum eſt in prima parte Diſſertationis De Lumine, quam anno 1748. hoc ipſo in loco propoſuit P. Rogerius Boſcovich e noſtra Societate, cui quidem plurima eorum debemus, quae in hoc libello occurrent; neque ſolum ea, quae in citata Diſſertatione ad illuſtrandam Newtoni Theoriam de Luce, & Coloribus contulit; ſed alia etiam, quae privatis ſermonibus nobiſcum communicavit. Unum in hac re adjiciemus, quod notatu maxime dignum ſit , Maraldi objectiones ex parte niti mendoſis ſupputationibus, quarum errores, Halleyo monente, ipſe fateri non erubuit, ut ex Mairanii epiſtolis ad Horrebovium datis, & inter hujus opera legendis , certò conſtat.

VI. Sed nihil eſt , quod hanc veritatem evidentius confirmet , quam annua Fixarum aberratio noſtris temporibus a Bradleyo detecta, & a nullo Aſtronomorum hodie non agnita. Si (*in Fig.* 1.) Oculus immotus haerens in A Lumen exciperet a Stella aliqua delatum per rectam B A , is eamdem aſpiceret in eadem directione; judicat enim animus de objecti ſitu dependenter a directione ictus , quem excipit ſenſorium a Lumine ; at ſi Oculus progrediatur interea cum aliqua velocitate A C, & excipiat in C Luminis radium C D, orietur ex Luminis, & Oculi velocitate motus quidam ex utroque compoſitus, & ita hic afficietur, ut ſi ſtans in A Luminis particulam exciperet duplici motam velocitate, & ea nempe, qua ipſa progreditur , & altera illi aequali & contraria , quacum progreditur Oculus. Hoc pacto Oculum in C ita Lumen percellet, ut ſi objectum D illi jaceret in directione C E, & angulum D C E, quo ſitus apparens objecti aberrat a vero, in eodem plano jacentem cum via Luminis, & via Oculi, definiet proportio, quae intercedit inter Luminis & Oculi velocitatem. Erit enim ut velocitas Luminis D C ad velocitatem Oculi C A , ita coſinus anguli D A C, quem continet Oculi ſemita cum apparenti ſemita radii, ad angulum A D C , ſive ejus aequalem D C E . Norant dudum Aſtronomi Stellas fixas Teleſcopiis muralibus obſervatas diverſis anni temporibus diverſam aſcenſionem rectam, & declinationem habere, diſcrimine, quod non ſoli praeceſſioni Aequinoctiorum, ſive proprio Fixarum motui circa

Ec-

Digitized by Google

Eclipticae axem reſpondeat, ſed aliam etiam contineat aberrationum periodum ſingulis annis redeuntem; cumque id erroribus fortuitis tribuere non poſſent, cauſam plurimi putarunt inde repetendam eſſe, quòd Stellae fixae ab annuo Telluris motu alicui Parallaxi eſſent obnoxiae. Verùm cum in eam rem diligentius per obſervationes eſſet inquiſitum, apparentem Fixarum motum, qui ex illis aberrationibus habebatur, cum ejus Parallaxeos legibus non congruere deprehenſum eſt: unde ex propagatione potius Luminis ſucceſſiva rem ſibi arceſſendam eſſe exiſtimavit Bradleyus, quae utique aliquid ejuſmodi, & poterat, & debebat efficere, ut oſtenſum eſt, ſiquidem ad ejus velocitatem jam per phoenomena Satellitum Jovis definitam annui motus velocitas rationem habebat aliquam, quae ſenſu percipi poſſet. Sequebatur ex ea ſuppoſitione Stellam aliquam in Polo Eclipticae conſtitutam ſingulis annis circulum debere circa ipſum Polum apparentèr deſcribere; Stellam verò in ipſa Eclyptica conſtitutam lineam rectam, ſive arcum circuli, quo, modo in Conſequentia tantùm progrederetur, modo in Antecedentia; ac demum Stellam quamvis extra Polum, & Eclypticae planum ſitam Ellipſim, cujus axis conjugatus eo minor eſſet, quo minorem haberet ſinum latitudinis. Omnia accuratè ex Theoria ipſa definiuntur, & in tam multiplici Stellarum numero, a tot Obſervatoribus per ipſarum aſcenſiones rectas, & declinationes explorata, ita cum phaenomenis congruere deprehenſa ſunt, ut nemo ſit hodie, qui quidem & obſervandi methodos accuratas norit, & rerum ipſarum nexus, qui non Bradleyo conſentiat. Satis erit ad rei ſpecimen aliquod id ipſum commemorare, quod propius ad rem praeſentem facit. Sicut enim data ratione velocitatum Luminis, & Oculi, & dato angulo, quem continet Oculi ſemita cum ſemita apparenti Luminis, datur angulus aberrationis D C E, ita viciſsim datis his angulis definietur velocitatum ratio. Cum igitur conſtet ex obſervationibus maximam aberrationem eſſe 20", ac proinde angulum rectum aſſumi poſſe pro ipſo angulo D A C, velocitatem Luminis eſſe oportebit, ſi veram Bradleyus rationem inivit, ad Telluris annuam velocitatem, ut radius ad ſinum anguli 20". Porrò orbem annuum perficit Tellus diebus 365, horis 5, 49', ſive minutis primis 525949, unde poſita ratione peripheriae ad radium ut 113 ad 710, ſemidiametrum ejuſdem orbis, ea, quam habet nunc, velocitate conficeret 83707'. Fiat igitur ut radius ad ſinum anguli 20", ita 83707 ad quartum, & habebitur tempus, quo Lumen ſpatium idem conficeret, paulò majus 8'; cum idem tempus ex Ecclypſibus Satellitum Jovis colligeretur ab aliis 7', & aliquanto etiam majus a Roëmero.

VII. Hic ipſe mirificus conſenſus inter duo tam diverſi generis Phoenomena ſatis eſſe poſſet ad rem plane evincendam, niſi interdum mallent Homines pro ſuis praejudiciis, utcumque poſſunt, pugnare, quàm verum inquirere. Manfredius, qui a nonnullis objicitur, quòd in aliquot Stellis non omnimodam cum Theoria conſenſionem obſervaverat, in plurimis ſane deprehendit, nec magis nobis obeſſe poteſt poſt tantum Aſtronomiae progreſſum, tantamque Aſtronomorum in ea re conſpirationem, quàm ſi Kalendario Gregoriano utentibus Soſigenis auctoritas objiceretur, qui anni menſuram aliam ſub Julio Caeſare conſtituerat, praeſertim cum in ſuis obſer-

ſervationibus nullam habuerit rationem nutationis axis Telluris, quam poſtea Bradleyus deprehendit, & cum aberratione Luminis conjunxit, incredibili ſane obſervationum conſenſu. Quod ſi adhuc ſibi diſplicere dicant unius, aut alterius diſſenſum, non aliud reponemus, quàm, ut vel rerum ejuſmodi curam deponant, aut facultatem ſibi comparent, qua & in methodos obſervandi, qua hodie utuntur Aſtronomi poſſint inquirere, & ſuis ipſi oculis rem poſſint explorare, cum velint. Adjiciemus tamen quod Aſtronomis Pariſienſibus contigit, qui in Americam ad Meridiani gradum definiendum navigarunt, & quorum auctoritas nulla praejudicii ſuſpicione laborat. Cum enim eo profecti eſſent, uti diſcimus ex Condaminio, quin a Bradleyo traditam Theoriam ſatis haberent exploratam, nec quidquam cogitarent de corrigendo Stellarum loco apparenti per aequationes a Luminis aberratione deſumptas, haeſerunt omninò, ubi poſt omnem adhibitam in apparatu inſtrumentorum curam, quantitate ita notabili, differre inter ſe earumdem Stellarum loca diverſis anni temporibus obſervata deprehenderunt, ut fortuitis erroribus tribui non poſſet; praeſertìm cum eaedem differentiae occurrerent inter obſervationes a pluribus ſeorſim peractas, & a ſingulis diverſorum inſtrumentorum ope. At ubi aequationes praedictas adhibendas ſibi eſſe intellexerunt, quae maximè inter ſe differre videbantur loca, ea maximè congruebant.

VIII. Caeterum cum eadem colligatur ex dictis velocitas Luminis ad Oculum noſtrum delati ſive a Sole, ſive a Stellis fixis, adeoque ex diſtantiis tam immani intervallo differentibus, idem motu aequabili propagari neceſſe eſt; ex quo infertur, & ejus denſitatem a centro corporis luminoſi decreſcere in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & nullam eidem reſiſtentiam opponere medium homogeneum, in quo progrediatur.

IX. Atque ita quidem ſe habet Luminis propagatio, quamdiu in medio incedit uniformi. At ubi medium mutat; aut reflectitur, aut refringitur: Radii tam reflexi, quam refracti ſemita jacet in eodem plano ad ſuperficiem medii dirimentem normali, utrumque autem ſuas habet proprias leges. Reflexionis leges ſunt, quod radius incidens, & reflexus cum plano ſuperficiem in puncto incidentiae contingente, & cum recta ipſi normali ex eodem puncto educta, aequales angulos contineant, & Luminis reflexi copia eo major ſit, quò major fuerit, caeteris paribus, differentia denſitatum, & major incidentis obliquitas. At refractionis leges ſunt hae: 1. Radius refractus accedit ad perpendiculum ductum per punctum incidentiae, ſi, caeteris paribus, tranſitus fiat a medio rariore in denſius; recedit, ſi e denſiori tranſeat in rarius. Ubi cum caetera paria dicimus, (quemadmodum & in reflexione) excipimus corpora ſulphuroſa, quae Lumen magis reflectunt, & refringunt, quàm pro denſitate, quam habent. 2. Quoties radius ex uno dato medio in aliud pariter datum tranſit, ſinus anguli incidentiae, & ſinus anguli refracti conſtantem ſervant rationem. 3. Si radius tranſeat ex uno medio in aliud ſuperficiebus parallelis comprehenſum, & inde redeat ad medium, ex quo devenerat; angulus refractus, ubi ex illo emerget, idem erit cum illo, ſub quo in ipſum inciderat. 4. In tranſitu per plura media ſuperficiebus parallelis terminata, ſinus anguli refracti in ulti-

timo idem erit, qui fuiſſet, ſi radius immediatè tranſiret ex primo in ultimum.

X. Has leges non ita ſervat Lumen, ut non aliquot ubique ſint radii, qui irregulariter diſpergantur in utroque caſu. Sed hi admodum exiguam habent rationem ad eorum quantitatem, qui regulariter reflectuntur, aut refringuntur, & his contemptis, per leges reflexionis omnia cum ſucceſſu ad Catoptricam pertinentia definiuntur; ut ex legibus Refractionis univerſa Dioptrica derivatur. Eſt tamen haec admodum imperfecta, quamdiu refrangibilitas aequalis in omnibus radiis ſpectatur, ut eſt ab omnibus ante Newtonum Philoſophis, & Geometris uſurpatum. De hac radiorum refrangibilitate diverſa agendum nunc eſt, diffractionibus omiſſis, quae ad reflexionem, aut refractionem facile revocantur, & de quibus dicemus, quantum inſtituto noſtro ſatis ſit, ubi harum proprietatum cauſas indicabimus.

XI. Quemvis ergo Luminis radium album ex innumeris radiis componi, qui diverſum habeant, ſuumque ſinguli certum, ac determinatum refrangibilitatis gradum, deprehendit potiſſimùm Newtonus ex Solis imagine radiis exhibita per tenue foramen in obſcurum Conclave immiſſis, & per vitreum Priſma refractis. Cùm enim Priſma radios exciperet in ea poſitione, in qua, ſi una fuiſſet radiorum refrangibilitas, imaginem Solis aut accurate, aut quamproximè circularem in plano ad radios refractos normali delineare debuiſſent, ſpectrum obtinebat parallelis rectis lineis ex utroque latere terminatum, ſupernè autem, & infernè in ſemicirculum deſinens, eaſque ſervans dimenſiones, ut latitudo quidem apparenti Solis diametro reſponderet, altitudo autem ſecundum quam refractio peragebatur, quintuplo fere major eſſet, quam latitudo. Colores quoque in eo ſpectro conſtanter intuebatur eo ordine diſpoſitos, ut ſi refractio radios attolleret, omnium ſupremus eſſet Violaceus, infimus Rubeus, intermedii autem a Violaceo numerati, Indicus, Caeruleus, Viridis, Flavus, Aureus. Unde intelligebat radios ejuſmodi ita colore inter ſe differre, uti gradu refrangibilitatis differebant.

XII. Ac de Coloribus quidem poſtmodum dicemus; nunc quod ad refractiones attinet, quamvis poſitio Priſmatis eventus cauſam apertiſſimè declararet, tamen ut illis omnem tergiverſationem eriperet, qui rem mallent a diverſa radiorum incidentia repetere, experimentum excogitavit, quod iis quoque ſatisfaceret, qui rationes e Priſmatis poſitione petitas non ſatis poſſent intelligere. Cum enim (*in Fig.* 2.) lumen refractum in priſmate A B C circa axem mobili, ita projiceret in obſcurum repagulum immobile D E, ut nonniſi ſucceſſivè alii poſt alios Colores ad exiguum ejuſdem foramen F poſſent pertingere; radios per hoc foramen trajectos excipiebat altero repagulo pariter immobili H I, ut per hujus item foramen G traſmiſſi impingerent demùm in Priſma immobile L M N, cujus axis parallelus eſſet axi Priſmatis prioris B A C, & eamdem cum illo haberet ad radios incidentes poſitionem. His autem ita conſtitutis manifeſtum eſt radiorum omnium in hoc alterum Priſma incidentiam in P eamdem ſemper fuiſſe, utpote definitam a punctis immobilibus F, G; at eventus

Digitized by Google

tus erat ejuſmodi, ut ſingula radiorum genera per alterum Priſma refracta in planum V R, emergentibus radiis normale, ſingulas colore ſuo Solis imagines quamproximè circulares projicerent, alia aliis in locis pro diverſa refractione, quam ſingula patiebantur. Violacea nempe, a radiis maxime refractis exhibita omnium infimè projeiebatur in V, ſupra hanc vero Caerulea, Viridis, Flava, Rubea, eodem ordine, quo ſe in ſpectro illo colores varii exhibuerant.

XIII. Hinc intelligimus quomodo ſpectrum ipſum a Solis radiis fuerit efformatum. Notare autem oportet, quod quamvis ſeptem Colorum ſpeciebus radiorum genera definiantur, in quovis tamen illorum innumerae ſunt refractionum differentiae, quae a maxima ad minimam progrediuntur, & contra. Si igitur ex ſingulis Solis radiis albis, reliquis interceptis, eos tantum ad Priſma deferri concipiamus, qui maximum habent refrangibilitatis gradum, hi Imaginem Solis Violaceam in adverſo pariete rotundam delineabunt (tali nempe exiſtente Priſmatis poſitione, quae ad hunc effectum requiritur, & quae in ejuſmodi experimentis ſemper eſt a Newtono adhibita). At ſi poſt hos admittantur, qui gradum habent proximè minorem, hi quoque aliam Violaceam efformabunt, cujus centrum a ſuperioris centro minimum diſtet. Quod ſi ita porrò progrediamur per innumeras Violaceas imagines, perveniemus demum ad Indicas, & per innumeras Indicas ad Caeruleas, & ſic deinceps uſque ad Rubeam extremam. Hinc ſpectri latera utrinque ſunt rectilinea, circulorum terminis ibi ſe tam arctè excipientibus, ut cum communibus tangentibus confundantur; in ſummo autem & imo ſemicirculari perimetro terminatur, quod imagines eaedem terminos habeant diſtinctos.

XIV. Quod autem diverſa haec radiorum refrangibilitas ſtabilis ſit, & ab ipſa Luminis natura pendens, non autem a fortuitis modificationibus, quas ipſi inter refringendum ſubeant, multiplici experimentorum apparatu demonſtravit Newtonus, ex quibus certum eſt, qui radii ſemel ſub aliqua data ratione inter ſinum incidentiae & refractionis in datis mediis refracti ſunt, eoſdem ſemper eamdem rationem in iiſdem mediis ſervare, & qui certum aliquem refrangibilitatis gradum in uno quopiam medio exhibuerunt, eumdem exhibere in aliis quibuslibet, quomodocumque refractiones multiplicentur. Idipſum mirificè confirmabat ex reflexione totali, quam medium rarius ſubeuntes, ſub minori obliquitate radii magis refrangibiles aſſequebantur. Conſtat enim ex data ratione ſinuum incidentiae, & refractionis, quod ubi radii in medium rarius incidentis tanta ſit obliquitas, ut ſinus anguli refracti radio aequalis evadat, ibi refractio in reflexionem mutari incipiat; ad hunc autem terminum citius pervenient radii, qui ſub eadem incidentia majorem habent refractionem, quam qui minorem. Cum ergo prius incipiant in totum reflecti Violacei, quam Indici, & hi prius quam Caerulei, & ita porrò, donec poſtremi aſſequantur hunc terminum Rubei; ipſa haec reflexionum varietas diverſum, ac conſtantem refrangibilitatis gradum liquidò oſtendit.

XV. Unum ſupererat, ut harum diverſitatum proportio aliqua colligeretur; in hoc autem miram quamdam inter Luminis radios & Soni tonos

Digitized by Google

nos analogiam Newtonus detexit. Sit *in Fig.* 3. P T ſpectrum coloratum radiis ex vitro in aërem emergentibus exhibitum, cujus latera rectilinea A F, G M; & exiſtente in $\mu P \lambda$ colore violaceo, rectae $\mu\lambda$, $\iota\iota$, $\theta\eta$ &c. iiſdem lateribus normales deſignent limites Colorum Violacei, & Indici, Indici & Caerulei, Caerulei & Viridis, & ſic deinceps. Et quoniam G M ſubtendit angulum, quo differunt inter ſe anguli refracti extremorum radiorum Rubei & Violacei Luminis, haec autem differentia exiguam habet ad totas refractiones rationem (ſunt enim, ſub communi incidentiae ſinu 50, ſinus refractionum in maximè & minimè refrangibilibus ut 77 & 78) haberi poterit ipſa G M pro differentia ſinuum extremorum refractionis, & M α, M γ, M ε &c. pro differentiis, quibus excedunt ſinum minimae refractionis ſinus earumdem in confiniis Colorum praedictis. Has porro differentias tales invenit, ut, ſi produci intelligatur G M in X, donec fiat G M = M X, & tota G X chordam muſicam repraeſentet; qua ratione ipſam dividere oportet in λ, ι, η, &c. ut Longitudines G X, λ X, ι X &c. octo voces muſicas reddant in octava progrediente per tertiam minorem & ſextam majorem, in eadem quoque ratione dividatur a Colorum confiniis diverſimodè refractis. Sunt nempe eae Longitudines in paulo antiquiori ſyſtemate muſico, quo Newtonus eſt uſus, 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$; ac proinde ſi differentia minimae M X a maxima G X dicatur 1, erunt exceſſus M α, M γ, M ε &c., earumdem ex ordine Longitudinum ſupra minimam $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{9}$, 1. Iidem ergo erant exceſſus ſinuum refractionis ex vitro in aërem in Colorum confiniis ab extremo Rubeo ad extremum Violaceum. Cum eſſet tota differentia G M = 1: & poſito ſinu incidentiae = 50, & ſinu refractionis in extremis Rubeis = 77, erant ſinus earumdem in confiniis Colorum reliquis $77\frac{1}{8}$, $77\frac{1}{5}$, $77\frac{1}{3}$, $77\frac{1}{2}$, $77\frac{2}{3}$, $77\frac{7}{9}$, 78. Itaque ſinus incidentiae ad ſinum refractionis in radiis Rubeis neque majorem habuit rationem, quam 50 ad 77, neque minorem, quam 50 ad $77\frac{1}{8}$, habuit tamen omnes intermedias. Similiter ſinus incidentiae ad ſinum refractionis in Aureis nec majorem habuit rationem, quàm 50 ad $77\frac{1}{8}$, nec minorem, quam 50 ad $77\frac{1}{5}$; & ſic deinceps: progredientibus ſcilicet ſinibus refractionum in Rubeis a 77 ad $77\frac{1}{8}$, in Aureis a $77\frac{1}{8}$ ad $77\frac{1}{5}$, in Flavis a $77\frac{1}{5}$ ad $77\frac{1}{3}$, in Viridibus a $77\frac{1}{3}$ ad $77\frac{1}{2}$, atque ita porrò.

XVI. Datis autem refractionibus ex vitro in aërem ſub communi inci-

cidentiae ſinu , dantur & ex aëre in vitrum , quae ſunt illarum reciprocae . Etenim ſi ſinus incidentiae radii Violacei extremi ex vitro in aërem dicatur I , & ſinus refractionis P , erit ejuſdem radii retro acti ex aere in vitrum ſinus incidentiae P , & ſinus refractionis I ; unde quomodocumque Violaceus incidat ex aëre in vitrum erit ſinus incidentiae ad ſinum refractionis ut P ad I , ſive ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{P}$. Simili argumento , ſi fuerit ſinus incidentiae ex vitro in aërem in extremis Rubeis ut I ad R , erit viciſſim ſinus incidentiae eorumdem ad ſinum refractionis ex aere in vitrum ut $\frac{1}{I}$, ad $\frac{1}{R}$: unde, cum eſſet in caſu noſtro $I = 50$, $P = 78$, $R = 77$, ad exprimendam rationem ſinuum refractionum earumdem ex aere in vitrum ad ſinum incidentiae communis oportebit numeros aſſumere qui ſint ut $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{78}$, $\frac{1}{77}$, & tales erunt (ſi retinere quis cupiat 77 & 78) $\frac{78 \times 77}{50}$ (ſive 120), 77 , 78. Notandum tamen eſt , quod ad habendas refractionum differentias in Colorum confiniis, cum in hoc caſu minimus ſit refractionis ſinus in radiis Violaceis, maximus in Rubeis, ordine retrogrado procedendum eſt , & exprimente G M unitatem , minimo ſinui adjicienda ſunt ex ordine ſegmenta $G\lambda$, $G\iota$, $G\nu$ &c. , quae ſunt complementa linearum λX , ιX , νX ad binarium , duplicatis in caſu noſtro fractionum numeratoribus ob $G M = 1$. Unde poſito ſinu incidentiae communis = 130 , erunt ſinus refractionis in Colorum confiniis, incipiendo a Violaceo, 77 , $77\frac{2}{9}$, $77\frac{1}{3}$, $77\frac{1}{2}$, $77\frac{2}{3}$, $77\frac{4}{5}$, $77\frac{7}{8}$, 78.

XVII. Demum, cum refractiones radiorum heterogeneorum ſub incidentia communi conſtantem habeant ad invicem rationem , ſi detur ratio ſinus incidentiae ad ſinum refractionis in Rubeo , vel Violaceo extremo pro medio quolibet , facile invenientur reliquorum ſinus , capiendo pro incidentiae ſinu numerum , qui habeat ad 75 , vel 78 , eam rationem , quam in datis mediis eoſdem ſinus habere deprehenſum ſit . Sic ſi ex aqua in aërem ſinus incidentiae ad ſinum refractionis in Rubeis extremis ſit ut 3 ad 4 , fiat ut 4 ad 3 ita 77 ad 57. 75 , & tunc exiſtente ſinu incidentiae communis 57. 75 , erunt ſinus refractionum 77 , $77\frac{1}{8}$ &c. Immò cum differentiae quoque quantitatum proportionalium ſint inter ſe proportionales ; ſubducto communi ſinu incidentiae , ſumi poterunt exceſſus ſinuum refractionum 27 , 27 , $\frac{1}{8}$ &c. & ex differentia numerorum, in quibus datur ratio ſinuum incidentiae, & refractionis cujuſvis radii in datis mediis ad numerum relata ſinum priorem exprimentem, invenire ejuſdem expreſſio-

ſio-

ſionem in numero; cui reſpondeat pro exceſſu ſinus refractionis in dato radio aliqua ex differentiis praedictis, ſic in exemplo allato cum exceſſus ſinus refractionis ex aqua in aërem ſupra ſinum incidèntiae in rubeo extremo ſit 1, & poſterioris ſinum exprimat 3; fiat ut 1 ad 3 ita 27 ad 81, eritque ſinus incidentiae ad exceſſus ſinuum refractionis ex aqua in aerem ut 81 ad 27, $27\frac{1}{8}$, $27\frac{1}{5}$ &c. & additis his exceſſibus communi ſinui incidentiae 81, erit idem ſinus ad ſinus refractionum ex aqua in aerem in colorum confiniis ut 81 ad 108, $108\frac{1}{8}$, $108\frac{1}{5}$ &c. ratio autem 81 ad 108 eadem eſt, ac ratio 57. 75 ad 77, quam ſupra invenimus.

XVIII. Haec de refractionibus, quae regulariter peragantur: ſunt praeterea refractiones quaedam peculiares corporibus certi generis, ut illa quae in cryſtallo Islandica deprehenditur, cujus miras proprietates luculenter deſcripſit Newtonus in Quaeſtionibus ad Opticae calcem adjectis. Sed ad ea feſtinantibus, quae ſunt ab ipſo obſcurius expoſita, aliquid de coloribus dicendum. Quemadmodum ergo ſinguli radii ſuum habent certum ac determinatum refrangibilitatis gradum, ita & ſuum habent colorem, qui a nullis novis modificationibus pendeat, quas inter refringendum, aut reflectendum ſubeant, ut eſt ab aliis exiſtimatum. Id innumeris experimentis liquido Newtonus oſtendit, ubi pariter docuit ſenſum coloris albi oriri ex impreſſionibus, omnium radiorum, qui ſimul ſenſorium percellant in ea proportione commixti, quam habent in albo Solis radio. Et quoniam omnis colorum ſenſus excitatur in nobis dependenter a lumine; cum in alicujus coloris, qui quidem extra noſtram imaginationem originem habeat, cauſam inquiritur, id demùm faciendum eſt ut cauſa inveniatur, quae radios heterogeneos a corpore luminoſo ſimul emiſſos ab invicem ſecreverit. Id ſcilicet in Priſmatum coloribus refractio praeſtat, in Iride reflexio ſimul & refractio, in corporibus coloratis ſola reflexio. Omnia experimentis comperta ſunt, ut enim nihil de Iridis, ac Priſmatum coloribus dicamus, quorum ratio & a Newtono ipſo, & ab aliis paſſim luculenter eſt tradita, corpora opaca in lumine per Priſma refracto conſtituta ejus ſingula coloris apparent, cujus lumen fuerit, quod excipiunt; cum eo tamen diſcrimine, quòd vividiorem multò habeant colorem ubi in eo collocentur, cujus referunt colorem in plena luce, quam in alio. Sic & violae & herba in lumine violaceo poſitae violaceum habent colorem, at violae nitidiſſimum, herba admodum languidum: & rurſus in radio viridi colorem viridem maximè languidum induent violae, herba viridiſſimum.

XIX. Inde diſcimus omnia corpora opaca colorata ex omni quidem radiorum genere aliquos reflectere, at ex eo genere plures, cujus ipſa coloris apparent, atque inde fieri ut certam habeant, ac determitatam coloris ſpeciem, quòd certi generis radios copioſius reflectant, quàm reliquos. At ſi quaeratur unde nam fiat ut certa corpora ad certi generis radios reflectendos peculiarem habeant diſpoſitionem; id verò pendet a quibuſdam vicibus facilioris reflexionis & tranſmiſſus, quas luminis particu-

 lae

Digitized by Google

lae in medio aliquo progredientes perpetuò mutant, & in quibus non minus differunt radii heterogenei, quam in coloris ſpecie, aut gradu refrangibilitatis. Hanc Newtonianae Theoriae partem, quae ſanè praeſtantiſſima eſt, & maximae in Phyſica utilitatis, ab ipſo admodum obſcurè traditam, & ab his, qui Phyſicae elementa vulgarunt, aut leviter indicatam, aut omnino praetermiſſam, accuratius exponere, & declarare conſtituimus; nec rem ingratam facturos nos eſſe putavimus, his praeſertim, qui alterius generis ſtudiis occupati non ſatis otio abundant ad haec inveſtiganda, ſi majorem claritatis haberemus curam, quam brevitatis. Sed quoniam ad eandem ſolutione Problematis indigebimus, quae a Newtono, uti quidem nobis videtur, non ſine aliquo mendo eſt tradita; eam prius ita trademus quemadmodum illam eſſe reſtituendam monuit ſupra laudatus Auctor in ſecunda parte citatae Diſſertationis De Lumine. Sit igitur.

P R O B L E M A I.

Data radiorum cujuſvis generis mixtura, colorem, qui ex ea orietur, definire.

XX. Dividatur circulus C D F A (*in Fig.* 4) in partes C D, D E, E F, F G, G A, A B, B C proportionales ſegmentis α M, $\alpha\gamma$, $\gamma\varepsilon$ &c., quae ſunt in Fig. 3. amplitudines colorum diverſi generis in ſpectro colorato. Eſt nempe, poſita G X $=$ 1, α M $= \frac{9}{16} - \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$, & ſubtrahendo ſemper a fractionibus ſubſequentibus antecedentes, $\gamma\alpha = \frac{3}{80}$, $\varepsilon\gamma = \frac{1}{15}$, $\eta\varepsilon = \frac{1}{12}$, $\iota\eta = \frac{1}{12}$, $\lambda\iota = \frac{1}{18}$, G $\lambda = \frac{1}{9}$: & ſi partes eaedem referantur non jam ad totam G X, ſed ad dimidiam G M tamquam ad unitatem, duplicandi erunt earum fractionum numeratores, aut diviſores dimidiandi. Igitur ſi tota circuli circumferentia dicatur 1, & fiat C D $= \frac{1}{8}$, D E $= \frac{3}{40}$, E F $= \frac{2}{15}$, F G $= \frac{1}{6}$, G A $= \frac{1}{6}$ A B $= \frac{1}{9}$, B C $= \frac{2}{9}$; ea peripheriae ſegmenta erunt reſpectivè proportionalia ſpatiis, quae in latere ſpectri colorati rectilineo occupant ex ordine radii Rubei, Aurei, Flavi, Virides, Caerulei, Indici, Violacei. Inveniantur centra gravitatis eorum arcuum r, a, f, v, c, i, p, ſive eorum diſtantiae a centro circuli O r, O a &c. quae quidem arcus eoſdem bifariam dividunt, & quae ſunt quartae proportionales poſt arcus ipſos, eorumque chordas, & radium, ut conſtat ex geometricis; datae autem radiorum cujuſvis generis quantitates collectae ſupponantur ſeorſim in centris gravitatum arcuum ſibi correſponden-

dentium quaſi totidem pondera, quae centrum ipſum, & oculum in centro conſtitutum ad ſe conentur adducere. Jam vero ſi radiorum quantitates, & haec eorum veluti pondera ſint arcubus iiſdem correſpondentibus proportionalia, erunt omnia in aequilibrio, cum centrum gravitatis commune omnium ſit in hoc caſu in ipſo circuli centro, & oculus colorem album ſentiet, non aliter, quàm cum ſpectri colorati radios in eadem proportione ſimul commixtos exciperet. At ſi radiorum quantitates ſuis arcubus proportionales non fuerint, ipſorum commune gravitatis centrum poterit extra centrum circuli cadere, quo caſu oculi in centro conſtituti momentum in eam partem praeponderabit, in quam centrum ipſum ceciderit vi proportionali ejuſdem diſtantiae a centro circuli, quod patet ex iis, quae circa vim a pluribus viribus compoſitam in Mechanica demonſtrari ſolent. Inveniatur ergo hoc centrum Z & per illud ex centro circuli ducatur radius O Y, & arcus D E, cui radius idem occurret, colorem definiet, in quem compoſitio radiorum eſt abitura, recta vero O Z coloris ipſius intenſionem deſignabit. Erit nempe coloris ſpecies illa eadem, quae arcui D E reſpondet, ſi radius O Y per illius centrum gravitatis tranſierit, & converget in alterutrum ex coloribus hinc & inde jacentibus magis, vel minus prout magis, vel minus in alterutram partem idem radius declinabit: at idem color eo magis recedet ab albedine, quo magis receſſerit a centro circuli punctum Z, ac majorem proinde habuerit rationem ſegmentum O Z ad radium.

XXI. Solutionis methodus eadem eſt cum illa, quam Newtonus tradidit, quamvis rationem ex illa virium analogia deſumptam ex ſupra citata Diſſertatione mutuam ſumpſerimus, cum ipſae nullam protulerit. At circuli diviſio aliquanto aliter a nobis eſt inſtituta, quàm ab ipſo Newtono ſit factum. Noſtra nititur huic tantummodo ſuppoſitioni, quòd Lumen in ſpectro colorato aequabiliter diffundatur, atque adeò radii heterogenei in radio Luminis albo commixti eam habeant inter ſe rationem, quam ejuſdem lateris rectilinei ſegmenta. Ea ſuppoſitio adhibita eſt a Newtono in primi Libri Propoſitione VII, ubi proportionem definit, quam habet denſitas Luminis in circulo, in quo diverſae refrangibilitatis radii ab uno objecti puncto delati colliguntur a lente in plano per focum tranſeunte radiorum mediocriter refrangibilium, & in diverſis ab ejuſdem circuli centro diſtantiis. Etſi enim illius Theorematis demonſtrationem ſuppreſſerit, tradita eſt tamen ipſa quoque in laudata Diſſertatione cum ea ſuppoſitione neceſſario connexa. At enim ea facta ſuppoſitione evidens eſt non aliam eſſe debuiſſe circuli ſectionem, quàm quae a nobis eſt adhibita. Etenim hoc certum omninò eſt, & ab ipſo Newtono hoc loco ſupponitur, albedinem habendam eſſe, quando commune gravitatis centrum quantitatum Luminis diverſi generis, in centrum circuli cadat. Cadit autem in centrum circuli, cum quantitates in centris gravitatum ſingulorum arcuum collectae, ſunt ipſis arcubus proportionales, atque idcirco non cadit ſi iidem arcus pergendo ſemper in eandem plagam minuantur, quod in Newtoni diviſione accidit. Si igitur ex alia parte habetur albedo cum radii commiſcendi eam habent proportionem, quam ſegmenta longitudi-

 num,

num, quibus continentur in ſpectro colorato, non Newtonianam, ſed noſtram habere poſſunt proportionem ſegmenta peripheriae, ut Problematis ſolutio phaenomenis reſpondeat.

XXII. Undecumque autem factum ſit, ut alios numeros a noſtris Newtonus poſuerit, differentia tanta non eſt, ut non plerumque idem ſit prodíturus color, utralibet adhibeatur diviſio. Arcus enim coloris Rubei, Aurei, Flavi &c. eam habent apud illum rationem, quam numeri $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$; & differentiae, quae in coloribus compoſitis inde obveniunt ita ſunt exiguae, quemadmodum conſtabit ex ſequentibus; ut vix ulla tantum valere poſſit oculorum acies, quantum ad eas tutò deprehendendas requireretur. Hùc accedit ipſo fatente Newtono, quòd ejuſmodi conſtructio ſolutionem Problematis non ita accuratam exhibet, ut pro mathematica habenda ſit. Nam & in illa diſtributione radiorum per arcus circulares habentur pro homogeneis radii omnes, qui ad idem pertinent coloris genus, & ipſa conſtructio non ex principiis neceſſariae illationis deducta eſt, ſed tantum ex quadam analogia, quae ſuas ubique patitur exceptiones. Duas in re noſtra idem commemorat. Prima eſt quòd puncto Y abeunte circa punctum C confinium violacei, & rubei; color non obtinebitur eorum alicui ſimilis, qui exhibentur a Priſmate, cum tamen rubeo, aut violaceo ſimilem eſſe oporteret. Quia videlicet in hoc caſu rubei, & violacei radii in mixtura praevalent, & universìm loquendo Lumen violaceum compoſitum magis clarum eſt, & fortius oculum vellicat, quam ſimplex, unde ſemper is color purpureus erit ad rubeum magis, vel ad violaceum vergens, prout punctum Y, vel intra arcum C D ceciderit, vel intra arcum B C. Altera eſt quòd ſi ex coloribus primariis duo ſolummodo aequa portione commiſceantur, & ii ſeligantur, qui ſibi e diametro in circulo reſpondeant, numquam tamen color albus obtinebitur, quamvis punctum Z in centrum circuli cadat; nuſquam enim potuit ea ratione colorem album obtinere, ſed colorem quemdam languidum & evanidum ſine nomine. Nihilo tamen minus, ſi regula tradita cum his exceptionibus adhibeatur, & cum experimentis comparetur per methodum inſtitutis ab eodem traditam in Parte ſecunda Libri primi Propoſ. XI. ad veras ſemper concluſiones deducere deprehendetur, quantum ejuſmodi rerum inveſtigatio requirit.

XXIII. Sed quoniam Problematis uſus plurimus deinceps nobis occurret; proderit in Tyronum gratiam, qui in his exercere ſe velint, methodum exponere, qua uſi ſumus ad ejuſmodi ſupputationes ineundas, & rem in eo ipſo exemplo illuſtrare, quo Newtonus eſt uſus. In primis igitur ex datis arcubus C D, D E &c. non ſolum in gradibus, ſed etiam in iis partibus, quarum 10000. continentur in radio (ob datam ſcilicet rationem diametri ad peripheriam ut 113. ad 355.) invenimus per analogiam indicatam num. XX. rectas r O, a O, &c. quibus diſtant ipſorum centra gravitatis a centro circuli. Tum ducta diametro F φ, quae per confinium flavi, & viridis tranſiret, alteram π ξ, quae priori ad angulos re-

ctos

ctos inſiſteret, per centrum duximus caerulei, quod videlicet a confinio flavi & viridis diſtat gradibus 90; eſt enim $FG = \frac{1}{6} = 60°$, & pariter $GA = \frac{1}{6} = 60°$. Hoc pacto jacebant ex altera parte diametri $F\varphi$ verſus caerulei centrum centra gravitatis arcuum viridis, caerulei, & indici, ex altera vero verſus centrum rubei centra arcuum violacei, rubei, aurei, & flavi. Similiter ex altera parte rectae $\varpi\,\xi$ verſus flavum jacebant centra arcuum aurei, flavi, & viridis, & ex parte oppoſita verſus violaceum centra indici, violacei, & rubei, cum diſtantia caerulei ab eodem nulla eſſet. Conſtant haec ex ipſa circuli diviſione; ſunt enim arcus $FG = \frac{1}{6} = 60°$, $GA = \frac{1}{6} = 60°$, $AB = \frac{1}{9} = 40°$, $BC = \frac{2}{9} = 80°$, $CD = \frac{1}{8} = 45°$, $DE = \frac{3}{40} = 27°$, $EF = \frac{2}{15} = 48°$: unde ſi numerentur gradus ab F verſus ϖ, ab initio viridis ad dimidium arcum violacei gradus ſunt 200, & hujus centrum cadit ultra rectam $F\varphi$, & a centro caerulei uſque ad centrum rubei gradus ſunt 172, 30', & hoc cadit citra rectam eamdem $\varpi\,\xi$. His autem ita conſtitutis rectas lineas ex ſingulorum arcuum centris gravitatis in utramque diametrum ad angulos rectos demiſſas v N, f n, v M &c. facile ſupputavimus ex datis angulis F O v, f O F, v O ϖ, quos cum iiſdem continent rectae v O, c O &c. jam ſupra inventae in partibus radii, eaſque tales invenimus, quales in appoſita tabella deſcripſimus ad ſequentes uſus.

T A B U L A I.

Distantiae normales centrorum arcuum singulis coloribus respondentium.

A diametro $F\varphi$ Flavo & viridi contermina.				A diametro $\varpi\,\xi$ per centrum caerulei ducta.			
Viridis	= 4776	Violacei	= 3150	Viridis	= 8271	Caerulei	= 0000
Caerulei	= 9551	Rubei	= 9664	Flavi	= 8872	Indici	= 7507
Indici	= 6300	Aurei	= 8752	Aurei	= 4730	Violacei	= 8654
		Flavi	= 3950			Rubei	= 1272

XXIV. Quod ſi ergo radiorum diverſi generis quantitates dentur, non alia re opus erit, quàm ſingulas ducere in diſtantias ſibi correſpondentes a diametris praedictis, atque ita ſummas colligere momentorum hinc & inde ab utraque jacentium. Eſt enim, ex proprietate centri gravitatis, earum ſummarum differentia per ſummam ponderum diviſa aequa-

qualis diſtantiae centri ejuſdem ab utraque reſpectivè diametro in eadem directione aeſtimata: ac proinde ſi colores circa rectam F φ praeponderent ad partes rubei per exceſſum m, & ſumma totius Luminis ſit p; iidemque circa rectam π ξ ad partes flavi praeponderent per exceſſum μ; invenientur in radio quidem O ξ ſegmentum O I $= \frac{m}{p}$, in radio vero O F ſegmentum O P $= \frac{\mu}{p}$, & concurſus rectarum H K, Q R, quae per puncta I, P ducantur utrique diametro parallelae definiet punctum quaeſitum Z. Datis autem rectis O P, & P Z = O I, invenietur in triangulo rectangulo O P Z, & angulus P O Z, qui concurſum determinabit rectae O Z cum quaeſiti coloris arcu, & recta O Z, in partibus radii, quae coloris intenſionem definiet.

XXV. In exemplo, quod in hanc ipſam rem Newtonus protulit, erant quantitates radiorum Luminis violacei 1, rubei 10, aurei 6, flavi 5, viridis 3, caerulei 2, indici 1. Itaque ſumma momentorum circa diametrum F φ erat ad partes π = 39730, ad partem autem ξ = 171812, & praeponderantia ad hanc partem = 132082; ac proinde O I $= \frac{m}{p} = \frac{132082}{28} = 4717$. Similiter ſumma momentorum circa diametrum π ξ erat ad partes F = 97553, ex parte oppoſita = 28881, & praeponderantia ad partes F = 68672; ac proinde O P $= \frac{\mu}{p} = \frac{68672}{28} = 2452$. Eſt autem ut O P ad P Z, ita radius ad tangentem anguli Z O P, & ut ſinus hujus anguli ad radium ita Z P ad O Z; unde & ille invenietur 62°. 32' & haec 5316 earum partium, quarum 10000 continentur in radio. Cum ergo, ob arcum F E 48°, & arcum D E = 27, diſtet centrum gravitatis coloris aurei a puncto F per arcum 61°. 30'; punctum Y deflectet ab eo centro verſus rubeum arcu 1°, 2', & color ex ea mixtura prodibit aureus nonnihil in rubeum vergens, uti & Newtono obvenerat. At quoniam recta O Z aliquantiſper excedit dimidium radium, a quo pauliſper deficiebat in Newtoni calculo, aliquanto ipſi dilutior obvenerat color, quam nobis; & haec tota differentia eſt, exigua ſanè, quam diverſa circuli ſectio induxit in re praeſenti.

§. II.

§. II.

De Coloribus exilium lamellarum pellucentium, & de viribus facilioris reflexionis, & tranſmiſsus, quas radii alternatìm ſubeunt per medium aliquod progredientes.

XXVI. Quamdiu luminis reflexiones in corporibus ſpectamus alicujus profunditatis, quamvis admodùm exiguae, nihil referre videmus ſive ea major aliquanto ſit, ſive minor, ad hoc ut certi generis radii reflectantur potius quàm reliqui. At ubi profunditas corporum, aut medii cujuſlibet ad ſummam quamdam tenuitatem redigatur, multum intereſt cujus dimenſionis ſint harum exilium lamellarum altitudines ad ipſarum colores, ut paſſim videmus in lamellis Lapidis Specularis, in Aquae bullis ad lentorem quemdam ſapone incraſſatae, & inflando tenſae, ut & in tenuiſſimis olei, ac praeſertim Petrolei ſtratis aquae innatantibus. Horum ergo cauſas, & leges ut inveſtigaret Newtonus, lentibus objectivis Teleſcopiorum majoris formae utendum ſibi ſtatuit, quarum alteram utrinque convexam alterius planae ſuperficiei imponeret, aut vitro cuilibet utrinque plano; ut videlicet & maximè exilem haberet aëris lamellam iiſdem interceptam, in qua poſſet colorum phaenomena contemplari, & varias ſimul ejuſdem profunditates in diverſis a puncto contactus diſtantiis accuratè dimetiri. Nam ſi (*in Fig. 5.*) utraque lens plano ſecetur per punctum contactus N, & axem lentis tranſeunte, erit arcus circuli r s N f ſectio ſuperficiei convexae alterius lentis contiguae ſuperficiei planae alterius, & R S N F hujus ſectio rectilinea. Et quoniam in data qualibet diſtantia N P, N F &c. a puncto contactus N, profunditas lamellae aëreae P p, F f &c. eſt ipſe ſinus verſus arcus correſpondentis N p, N f &c., diſtantiae autem ipſae ſunt eorumdem ſinus recti, vel chordae, prout eas vel in plana ſuperficie metimur, vel in convexa; invenientur ubique ex diſtantiis facile dimentiendis quantitates cùm relativae, tùm abſolutae profunditatum, quae dato cuilibet puncto reſpondeant. Ac relativae quidem invenientur ex eo, quòd eae profunditates proportionales ſint quadratis diſtantiarum a puncto contactus, aut accuratè, ſi diſtantias metiamur in ſuperficie lentis convexae (in quo caſu arcuum chordas pro iiſdem diſtantiis aſſumimus) aut quamproximè, ſi eaſdem metiamur in ſuperficie ſpeculi plani, ob exiguam rationem, quam habet totus arcus r N f ad integram circuli peripheriam, & diſcrimen inter chordam, & ſinum in arcubus exiguis perquam exiguum. Et ſane ejuſmodi Lentes objectivae tam exiguam habent convexitatem, ut nihil ad ejuſmodi res interſit, utrolibet modo diſtantias metiamur. At quantitates earumdem profunditatum abſolutae facilè colliguntur ex datis iiſdem diſtantiis, & ex da-

to Sphaerae radio, ad quam tornata eſt ſuperficies vitri objectivi convexa, quae alterius planam ſuperficiem contingit, cum ſint aequales quadratis chordarum applicatis ad circuli diametrum.

XXVII. His ita ſe habentibus, cum Lumen in obſcurum conclave immiſſum Priſmate refringeret, ſingula ſeorſim radiorum genera chartae plagula excipiebat, a qua ad vitra reflecterentur, & oculo in ea poſitione conſtituto, quam eſſe decebat, ut chartae illuminatae imaginem in exteriori ſuperficie intueretur, tamquam in ſpeculo, illicò plurimos anulos lucidos circa punctum contactus tamquam centrum diffuſos intuebatur ejus coloris cujus eſſet Lumen a charta reflexum, & alios obſcuros his alternatim interjectos hoc ordine, ut ſpatium intimum macula obſcura occuparet, quam lucidus obiret anulus, huic anulus alter obſcurus offunderetur, quem lucidus exteriùs alter ambiret, & ſic deinceps. Eadem Luminis & umbrae alternatio intuendam ſe dabat ſi chartam per eadem vitra tranſpiceret, ſed ordine inverſo: hic enim lucida macula circa punctum contactus diffundebatur, quam obſcurus obiret anulus, & univerſim quae pars inſpicienti lucida apparebat, ea tranſpicienti erat obſcura; ut adeo manifeſtum eſſet ex eo hanc umbrae & colorum alternationem haberi, quod in diverſis a puncto contactus diſtantiis radii alternatim reflecterentur, & tranſmitterentur.

XXVIII. Has Luminis & umbrae viciſſitudines non a reflexione pendere, quae in prima fieret lentis prioris ſuperficie aut in ſuperſicie alterius poſteriori conſtabat ex eo, quod ſi extremas earum oras aqua madefaceret, dum ea ſeſe inſinuabat in ſpatium vitris interjectum, contrahebantur anulorum diametri, quae manere utique debuiſſent, ſi a radiis orirentur, in prima lentis prioris ſuperficie reflexis, ſimulque eorumdem color diluebatur; ut ſcire liceret mediorum differentiam in quorum confinio radii reflectebantur, & a qua pendet, caeteris paribus, Luminis reflexi copia, minorem inde factam eſſe, quam antea; eadem autem utrobique fuiſſet, ſi in confinio aëris & vitri in utroque caſu reflexio peragebatur, non autem in confinio aëris & vitri in primo caſu, in confinio vitri & aquae in ſecundo. Supererat ergo ut radii a quibus anuli gignerentur, aut in prima lamellae aëreae, vel aqueae vitris interjectae ſuperficie reflecterentur, aut in ſecunda: at eadem experimenta in lamellis lapidis ſpecularis inſtituta, quae pariter pro diverſa profunditate colorem mutant, ſuperficiem priorem ſimili excludebant ratione; manente enim coloris qui tum forte rubeus erat ſpecie, minuebatur Luminis reflexi quantitas per hoc ſolum, quod poſteriores earumdem ſuperficies aquâ leniter madefierent. Demùm quòd aëris interjecti lamella anulos exinde efformaret, quod pro diverſa ejuſdem profunditate alibi radios ad alteram ipſius ſuperficiem advenientes reflecteret, alibi tranſmitteret; manifeſtum exinde erat, quod ſi vitra pauliſper apprimeret ad ſe invicem, ut intervalla contraherentur, ſtatim anuli ſeſe explicabant, auctis diametris; non alia utique de cauſa, niſi quia ea profunditas aëris, quae prius puncto contactus proprior erat, jam ab ea remotior eſſet effecta.

XXIX. Permagni intererat harum ſive diametrorum, ſive profundi-

tatum

tatum quantitates cognoſcere tum relativas, tum abſolutas. Ac de abſolutis quidem poſtmodum dicemus, nunc quod ad relativas attinet, aut comparantur inter ſe anuli diverſi ordinis, quos exhibent radii unius ejuſdemque generis in unum idemque medium ſub eodem angulo incidente e quavis refringente ſuperficie; aut ejuſdem ordinis anuli in iiſdem radiis, incidentibus quidem ex uno eodemque medio in idem pariter medium, ſed ſub diverſis inclinationibus; aut ejuſdem pariter ordinis anuli, incidentibus homogeneis radiis ad perpendiculum è quavis refringente ſuperficie in diverſa media; aut denique ejuſdem ordinis anuli in radiis diverſi generis incidentibus ſub eodem angulo e quavis refringente ſuperficie in datum quodpiam medium.

XXX. Si radii homogenei ex vitro in aërem inciderent ſub eodem angulo, anuli diverſi ordinis lucidi, qua parte ipſorum orbitae lucidiſſimae erant, diametros habebant quarum quadrata progrederentur in ſerie continua arithmetica numerorum imparium 1, 3, 5, 7, 9 &c. at anuli obſcuri, qua parte ipſorum orbitae maximè eſſent obſcurae, diametros habebant, quarum quadrata progrederentur in ſerie numerorum parium 0, 2, 4, 6, 8 &c. Has dimenſiones collegit Newtonus iteratis experimentis, & in diverſis vitrorum partibus, ut ex omnium conſenſu ab omni erroris ſuſpicione eximeretur. Ex his autem ſequitur quod profunditas lamellae ipſius (utpote duplicatam habens rationem earum diametrorum per num. XXVI) qua parte anulos maxime lucidos exhibebat primum, ſecundum, tertium &c. progrediebatur in ſerie continua numerorum imparium 1, 3, 5, 7 &c., qua verò parte anulos exibebat maxime obſcuros, computando in his ipſum centrum maculae nigrae maximam habentis obſcuritatem in ipſo puncto contactus progrediebatur in ſerie continua numerorum parium 0, 2, 4, 6, &c. Erant igitur ejuſmodi radii ita comparati, ut ubi lamellae aëreae profunditas nulla erat, omnes tranſmitterentur, reflecterentur autem in maxima copia a poſteriori ejuſdem ſuperficie ubi certam quamdam profunditatem adepta eſſet: At ubi ea profunditas duplo major eſſet effecta, iterum tranſmittebantur, & reflectebantur iterum ubi tripla evaſiſſet, atque ita porrò mutatis perpetuò vicium alternationibus.

XXXI. Mutatâ oculi ad vitrorum ſuperficiem obliquitate, mutabantur, manentibus reliquis, anulorum diametri ita, ut aucta obliquitate augerentur, & contra. Sed jam, ut patet, anuli iſti gignebantur reflexione aut tranſmiſſu radiorum in aëris Lamellam ſub alia incidentium obliquitate; cum non alios oculus radios videre poſſet, quàm qui in primam prioris lentis ſuperficiem inciderent ſub eadem obliquitate, ſub qua ex eadem ad oculum emergerent. Sit enim in Fig. VV ſubſtantia vitri ſuperioris in cujus priorem ſuperficiem incurrat oblique radius R I, qui ibi refractus tendat per ipſam vitri ſubſtantiam per I N, tum in N ſubeat aëream lamellam iterum refractus, & per N O deferatur ad primam ſuperficiem inferioris vitri K k, ubi in O reflexus redeat ad ſuperficiem inferiorem vitri ſuperioris in n, ubi iterum refractus tranſcurrat vitrum ſuperius per n i, & in i refractus emergat per i r ad oculum conſtitutum in r; ſint autem q i m, p n k, P N K, Q I M, perpendiculares ſu-

ſuperficiebus illis i I, n N, k K. Ob exiguam exiguarum ſuperficierum I i, N n, K k inclinationem ad ſe invicem, conſiderari poterunt ipſae, ubi de angulorum menſura agitur, pro parallelis, & pro parallelis item rectae illae iiſdem normales. Eſt autem per n. IX. angulus r i q, quem radius emergens continet ad punctum i cum perpendiculo i q, idem cum angulo k n O, ſub quo rediens ex O incidit ex aëre in vitrum, & hic idem eſt cum angulo refracto O N K ejuſdem radii emergentis ex vitro in aërem, atque hic demum idem cum angulo Q I R incidentis ex aëre in primam lentis ſuperficiem. Quod ſi ergo detur angulus, ſub quo radius ad oculum emergit e prima lentis ſuperficie, invenietur & is, ſub quo ex vitro in aërem incidit ad punctum N, & angulus ſub quo ibidem refringitur; atque inde licebit, data praeterea diametro anuli in dato quopiam ordine ab his radiis efformati, comparare inter ſe eorumdem obliquitates, quae pendent ab angulo O N K, vel O n k, & profunditates N K, n k, vel O B Lamellae aëreae, quibus fiat, ut iidem reflectantur, vel tranſmittantur. Praeſtitit haec quam fieri poſſet accuratè Newtonus hos angulos dimetiens una cum diametris anulorum ejuſdem ordinis, quae auctis obliquitatibus augebantur, atque ita haec inter ſe comparata invenit, quemadmodum in appoſita tabella deſcripſit.

T A B U L A II.

Angulus incid. in aërem		Angulus refractionis		Diameter annuli	Craſſitudo aëris
00°	00'	00°	00'	10	10
06	26	10	00	10 $\frac{1}{13}$	10 $\frac{2}{13}$
12	45	20	00	10 $\frac{1}{3}$	10 $\frac{3}{5}$
18	49	30	00	10 $\frac{3}{4}$	11 $\frac{1}{2}$
24	30	40	00	11 $\frac{2}{5}$	13
29	37	50	00	12 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$
33	58	60	00	14	20
35	47	65	00	15 $\frac{1}{4}$	23 $\frac{1}{4}$
39	19	70	00	16 $\frac{4}{5}$	28 $\frac{1}{4}$
38	33	75	00	19 $\frac{1}{4}$	37
39	27	80	00	22 $\frac{6}{7}$	52 $\frac{1}{4}$
40	00	85	00	29	84 $\frac{1}{10}$
40	11	90	00	35	122 $\frac{1}{2}$

XXXII. Intulit ex his profunditatem lamellae aëreae, a qua in dati ordinis anulo reflecterentur, vel tranſmitterentur radii unius ejuſdemque generis ſub diverſis obliquitatibus ex vitro in aërem incidentes eſſe vel accu-

Digitized by Google

curate vel quam proximè proportionalem ſecanti cujuſdam anguli, cujus ſinus ſit prima e 106 arithmeticis mediis proportionalibus inter ſinum incidentiae, & refractionis incipiendo a ſinu refractionis, ſive a ſinu anguli O N K, ſub quo radius refractus aëream lamellam ingreditur. Quomodo id intulerit ex obſervationibus, manifeſtum erit, ubi Theorematis ſenſus in aperto ſit. Sit (*in Fig. 7.*) A B lamellae aëreae ſuperficies, in quam ex vitro incidat radius R I ſub angulo C I R, & infra quam demergatur ſub angulo refracto F I L, majori utique in hoc caſu, quam ſit angulus C I R, vel ejus aequalis D I L: ſitque I K ea profunditas, qua factum eſſet ut idem radius reflecteretur ad dati ordinis anulum exhibendum ſi in aërem ex vitro incidiſſet ad perpendiculum, & quaeratur profunditas I L, qua fiet ut reflectatur ad eumdem anulum exhibendum ſub data incidens obliquitate. Sit angulus quidem alius E I L talis, ut ejus ſinus ſit prima è 106 arithmeticè proportionalibus inter ſinum anguli refracti F I L, & ſinum incidentis D I L, eritque ut radius ad ſecantem anguli E I L, ita profunditas data I K ad quaeſitam I L, quam facile colligitur fore aequalem ſegmento I e rectae I E interceptae inter I & rectam ex K ipſi B A parallelam cum ſit I K ad I e, ut radius ad eam ſecantem, ac proinde in eadem proportione, manentibus primo, & tertio termino, ipſa profunditas I L proportionalis erit ſecanti ejus anguli. Dicatur ergo ſinus refractionis R, & ſinus incidentiae I, & quoniam ſinus anguli E I L eſt prima è 106 arithmeticè proportionalibus inter R & I, dividatur horum differentia per 107, & quotus adimatur a ſinu R in hoc caſu majori: hoc pacto habebitur ſinus quaeſitus, deficiens nempe a ſinu R ea quantitate, quam eidem oporteat 106 vicibus adimere ad habendum ſinum I; neque alia eſſet diverſitas, ſi ſinus R minor eſſet ſinu I, quàm quòd in hoc caſu ſeries perpetuo creſceret ab R ad I, & differentia per numerum 107 diviſa priori eſſet addenda. Invento autem hoc ſinu, habebitur ejus ſecans, & data lamellae aëreae profunditate pro una quapiam obliquitate invenietur facile pro omnibus reliquis.

XXXIII. Ut autem appareat hanc proportionem de facto ſequi aut accurate, aut quamproximè craſſitudines aëris ex obſervationibus in tabella digeſtis; ſumatur illa ex. gr. quae reſpondebat angulo incidentiae 6°, 26', & angulo refracto 10°, quae nempe erat 10. $\frac{2}{13}$. Differentia ſinuum horum angulorum in hoc caſu diviſa per 107 erit 57. 57, & haec adempta ſinui majori dabit ſinum 170307. 25, cui reſpondet in tabulis angulus 9.° 58', & Logarithmus hujus ſecantis, qui habetur ſubtrabendo Logarithmum coſinus a duplo Logarithmo radii, erit 10. 0066041. Sumatur jam incidentia 38.° 33', ejuſque angulus refractus 75°, eritque horum ſinuum differentia per 107 diviſa 320. 31, & haec adempta ſinui refractionis dabit ſinum 96272. 27, cui reſpondet in tabulis angulus 74.° 19', Logarithmus autem ejus ſecantis eſt 10. 5681212. Quoniam ergo eſt ut prior illa ſecans ad poſteriorem, ita profunditas aëris data in primo caſu, ad quaeſitam in ſecundo; colligantur in unam ſummam Logarithmi ſecantis poſterioris, & prioris profunditatis, & ſublato Logarithmo ſecantis alterius,

 ha-

habebitur Logarithmus quaeſitae altitudinis 1. 5678852, cui quamproximè reſpondet in tabulis numerus 37 : & haec erat de facto lamellae profunditas in ſecundo caſu a Newtono per actualem dimenſionem inventa.

XXXIV. Hanc ergo ſubeunt mutationem aëreae lamellae profunditates, in quibus radii reflectuntur, & trajiciuntur, ex mutata incidentiae obliquitate. Ut autem inveniret mutationes, quae medii mutationem conſequerentur, vitra objectiva aqua madefecit Newtonus circa margines extremos, ut aqua a vitro attracta ſeſe ipſa inſinuaret in intervallum, quo plana alterius ſuperficies ab alterius convexa per circuitum dirimebatur. Id cum fieret anulorum ejuſdem ordinis diametri contractae ſunt, eaſque comparans cum iis, quas anuli ſimiles in aëre obtinebant, radiis incidentibus utrobique ad perpendiculum, invenit, has ad illas eam habere rationem, quae intercedit inter 8 & 7. Quare profunditates lamellarum anulos ejuſdem ordinis exhibentium, quae ſunt in earum ratione duplicata, erant inter ſe ut 64 ad 49, ſeu circiter ut 4 ad 3. Cum autem haec ſit proportio inter ſinum incidentiae & refractionis ex aëre in aquam, merito confecit quòd quoties radii unius ejuſdemque generis ex aliqua refringente ſuperficie ad perpendiculum incidant in diverſa media, profunditas lamellae in quovis horum mediorum, ubi anulus in data quavis vice exhibetur, erit ad profunditatem lamellae alterius medii conſimilem anulum exhibentis, ut ſinus incidentiae ad ſinum refractionis ex priori illo medio in alterum.

XXXV. Supereſt, ut habitis omnibus mutationibus, quae in radiis unius, ejuſdemque generis contingere poſſunt, illas videamus, quae in diverſi generis radiis, manentibus caeteris, contingunt. Sed in ejuſmodi re maximè eſt notanda gradatio illi omnino ſimilis, quam in definienda radiorum diverſa refrangibilitate adhibuimus, nec minus quàm illa Naturae univerſae conformis. Nihil in natura per ſaltum fit, & ut diverſa radiorum refrangibilitas ab uno extremo gradu ad alium tranſit per omnes gradus intermedios, ita & de reflexibilitate dicendum eſt, quam hic diverſae lamellarum profunditates ad conſimiles anulos exhibendos neceſſariae portendunt. Itaque ſicuti cum quaerimus quaenam ſit ratio inter ſinum incidentiae, & refractionis ex vitro ex. gr. in aërem in radiis rubeis, aut flavis, non illam poſſumus una quantitatum relatione definire; propterea quod in ipſis rubeis, & flavis alii magis, alii minus refrangibiles ſunt, ſed tantum in maximè & minimè refrangibilibus utriuſque generis aſſignamus, ut limites definiantur, intra quos omnes intermedii gradus continentur : ita & in hoc caſu faciendum eſt cum de reflexibilitate quaerimus, ſeu, quod perinde eſt, de profunditate lamellae, quae requiritur, ut certi generis radii in dato vicium numero reflectantur, vel tranſmittantur. Quo minor eſt Luminis refrangibilitas, eo major requiritur lamellae profunditas ut in dato vicium numero reflectatur, & propter hoc ipſum aliud alio lumen minus reflexibile dicitur. Hinc ſi in vitra objectiva praedicta incidant radii extremi violacei, arctiores colore ſuo exhibent intuendos anulos, quam flavi, aut virides extremi, & multo

to magis quam rubei, quia ſcilicet inde incipiunt reflecti, ubi circa punctum contactus exilior eſt aëris lamella intercepta. At in ipſis radiorum ſingulis generibus hoc idem diſcrimen invenitur. Nam ſi in Fig. 5. profunditas lamellae P p ea eſſe ponatur in qua primo reflecti incipiant radii rubei ex. gr. maximè refrangibiles, & aureis contermini, nondum ea ſatis erit ad hoc, ut reflecti incipiant quicumque minorem habent reflexibilitatis gradum, ſed continuo major requiretur, donec ad minimè refrangibiles deveniatur, qui alium limitem conſtituant, ultra quem nullus rubeus reflectitur, niſi in altera vice ad alterum anulum exhibendum.

XXXVI. Ut hos ergo limites in quovis radiorum genere definiret Newtonus, & inde compararet inter ſe profunditates illas, in quibus reflecti inciperent, aut deſinerent in quovis anulo conſimili; Priſma, a quo Lumen refringebatur motu aequabili, & lento circa axem convertebat, ut ſucceſſivè a charta in objectiva reflecterentur primò quidem rubei extremi, deinde ex ordine omnes reliqui. Notavit autem ſpatium P F in fig. 5., per quod ſeſe diffunderent colores in ſuis anulis, maximum eſſe in rubeis, minimum in violaceis, computando ſcilicet in violaceis dimidiam indicorum partem, & in rubeis dimidiam aureorum, & conſiderando quinque praecipuos colores, qui ſunt, ſi ita loqui fas eſt, integri colorum toni. Porrò profunditatem lamellae F f, ubi rubei reflecti deſinerent, cum ea comparans, ubi reflecti inciperent in eadem ſerie violacei, invenit eſſe inter ſe in ratione majori, quàm 3 ad 2, minori autem quam 13 ad 8, & ſecundum pleraſque obſervationes, ut 14. ad 9., idque in quavis oculi obliquitate. Cum enim in has ipſas profunditates inquireret, diametrum circuli exterioris in anulo rubeo, & interioris in violaceo dimetiens, illam ad hanc eſſe invenit circiter ut 4 ad 3, ſive ut 5 ad 4, & ratio duplicata earum diametrorum eſt reſpective ut 16 ad 9, & ut 25 ad 16, quibus interjacet ratio 14, vel potius $14\frac{1}{4}$ ad 9; fractionem enim illam numero 14. propterea adjiciebat, quod animadverteret colores circa extremos anulorum margines multo eſſe dilutiores ita, ut aliquanto ſerius in oculos incurrerent, quam inciperent reflecti, & aliquanto citius e conſpectu abire, quam re ipſa reflecti deſinerent. Hujus rei cauſa declarabitur in ſequentibus: nunc cum diametros reliquorum anulorum ejuſdem ſeriei inter ſe compararet, eam tum inveniebat mediam fere arithmeticam inter extremas praedictas, cum lumen eſſet coloris medii inter flavum & viridem.

XXXVII. Jam ſi haec conferantur cum limitibus colorum, quos refractio explicabat in Fig. 3., apparebit omnia fere in hoc caſu contingere contrà, quàm in illo. Nam ibi quidem omnium ſe maxime color violaceus explicabat, omnium minime rubeus; ſumendo item pro rubeo intervallum inter extremos radios rubeos, & dimidios aureos, & pro violaceo intervallum inter extremum violaceum & dimidium indicum, ut paullo ante dicebamus. At hic maxime ſe explicat rubeus, & minime violaceus, hoc eſt maxima eſt reflexibilitatis differentia inter extremos rubeos, minima inter extremos violaceos. Unde ſicut in figura praedicta, exprimente G M exceſſum refractionis maximae in extremis violaceis ſupra mini-

ni-

nimam in extremis rubeis, ſegmentum G λ exprimens refractionum differentiam in utroque violacei coloris limite majus erat, quam aliud quodlibet ſegmentum exprimens differentias inter limites reliquorum: ita ſi nunc tota recta G X debeat exprimere intervallum illud omnium maximum F f Fig. 5. quod requiritur in data quavis ſerie ut extremi rubei reflectantur vel tranſmittantur, ſegmentum ejuſdem rectae exprimens differentiam intervalli P p Figurae 5., ubi rubei maxime refrangibiles incipiunt in eadem ſerie reflecti, vel trajici, ab intervallo F f ejuſdem figurae, majus eſſe oportebit, quam ſegmentum quodvis eaſdem exprimens in reliquis coloribus differentias. Rurſus in Fig. 3. cum M G exprimeret exceſſum refractionis maximae in radiis violaceis ſupra minimam in radiis rubeis, media inter utramque arithmetica erat M ν exprimens exceſſum refractionis in confinio viridis, & caerulei ſupra minimam in extremis rubeis. At nunc ſi recta G X figurae ipſius 3. exprimat maximum intervallum F f fig. 5. in extremis rubeis, & recta M X illius minimum intervallum in radiis violaceis, ſegmenta autem reliqua exprimant eadem intervalla in reliquorum radiorum limitibus; ſegmentum X ν reſpondens intervallo radiorum in confinio flavi, & viridis omnium maxime accedet ad medium arithmeticum inter G X, & M X; id enim diametris accidebat, & in quadratis diametrorum earundem inſtituta computatione adhuc idem hic invenietur, licet quadratorum ratio non accurate congruat, cum ratione diametrorum ipſarum ſimplicium.

XXXVIII. Quod ſi igitur profunditates lamellae, in quibus reflectantur colorum confinia ad anulos ejuſdem ordinis exhibendos, eam haberent inter ſe rationem, quam ſegmenta rectae G X, ubi differentiae refractionum exprimuntur, non alia re opus eſſet, quam ordinem colorum invertere. Nam ſi G X, & λ X eſſent eae profunditates in utroque limite coloris rubei, & M X, α X eaedem profunditates in utroque limite violacei; & maxima eſſet ejuſdem lamellae craſſitudo in extremis rubeis, minima in extremis violaceis, ac differentiae earumdem maximae eſſent in illis, minimae in his, exceptis, ut ſupra, colorum hemitoniis λ ι, γ α; & demum haberetur in ν confinium flavi & viridis, ubi ea profunditas media eſſet arithmetica inter G X & M X. Nunc autem haec ratio non eadem eſt: ſiquidem invenimus ſupra profunditatem lamellae, quae requiritur, ut extremi rubei in quovis anulo reflecti incipiant, vel tranſmitti, ad profunditatem ejus, quae requiritur, ut idipſum contingat in anulo conſimili violaceis extremis, eſſe ut $14\frac{1}{4}$ vel $14\frac{1}{3}$ ad 9., ubi autem de Refractionibus agebatur, erat G X ad M X ut 1 ad $\frac{1}{2}$. Ut adhuc tamen ſervetur analogia, & profunditatum magnitudines comparentur cum chordae longitudinibus, quae ſonent illas voces muſicas in octava; cum experimentis conſentiet vel accurate, vel quamproxime, ſiquis ponat craſſitudines aëris inter vitra interjacentis in loco, ubi anulos exhibent, ſuaquiſque vice 8. limites colorum 7, rubei, aurei, flavi, viridis, caerulei, indici, & violacei eſſe inter ſe, ut radices cubicas quadratorum 8 longitudinum chordae, quae ſonent notas illas muſicas in octava progrediente per tertiam minorem, & ſextam majorem, hoc eſt ut radices cubicae

qua-

Digitized by Google

quadratorum numerorum 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$. Invenimus enim ſupra diametrum maximam anuli rubei ad minimam anuli violacei ejuſdem ordinis eſſe, ut 4 ad 3, vel 5 ad 4, unde cum profunditates aeris his locis reſpondentes ſint, ut horum quadrata, ſi aſſumatur praedicta ratio, erunt haec quadrata, ut in fig. 3. ſunt $\sqrt[3]{GX^2}$, & $\sqrt[3]{MX^2}$, ac proinde ſumptis ipſorum quadratorum radicibus, $\sqrt[3]{GX} . \sqrt[3]{MX} : :$ 4 . 3, vel ut 5 ad 4, & demum G X ad M X ut cubi quantitatum alterutrius rationis praedictae. Jam vero ſi ponatur $GX = 1$, & ſumantur cubi numerorum priorum, habebitur $MX = \frac{27}{64}$, quae fractio deficit ab unitatis dimidio per $\frac{5}{64}$, at ſi ſumantur cubi poſteriorum quantitatum habebitur $MX = \frac{64}{125}$, quae fractio excedit unitatem dimidiam fere per $\frac{2}{125}$. Unde apparet quod ad veritatem proxime accedimus aſſumendo cubos earum diametrorum eſſe ut 1 ad $\frac{1}{2}$, ac proinde & ipſas diametros eſſe ut radices cubicae 1, & $\frac{1}{2}$, ac earumdem quadrata, ſive lamellarum profunditates his reſpondentes eſſe ut $\sqrt[3]{(1)^2}$ ad $\sqrt[3]{(\frac{1}{2})^2}$. Idipſum invenietur, ſi cum ea proportione conferantur rationes profunditatum ſupra inventae ut 14 $\frac{1}{4}$ ad 9, vel 14 $\frac{1}{4}$ ad 9; unde conſtat, quare ea proportio a Newtono fuerit conſtituta.

XXXIX. Aſſumantur igitur (*in Fig.* 8.) rectae lineae G X ſegmenta λ X, ι X, η X, ε X, γ X, α X, M X, quae, poſita tota $GX = 1$, ſint ut radices cubicae quadratorum $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$, ſive ponendo $GX = 10000$, ut 9243, 8855, 8255, 7631, 7114, 6814, 6300; & ſi tota X G exprimat profunditatem lamellae aëreae, ubi extremi rubei incipiunt reflecti, aut tranſmitti in quovis anulorum ordine, erit λ X profunditas ejuſdem, ubi idipſum contingit in confinio rubei, & aurei, ι X craſſitudo, quae requiritur ad eumdem effectum in confinio aurei & flavi, & ſic de reliquis.

XL. Atque hoc quidem pacto habemus omnes quantitatum relationes quaeſitas, cum definitae ſint relationes craſſitudinum, & pro diverſis anulis ejuſdem coloris, incidentibus radiis e quavis refringente ſuperficie in unum idemque medium ſub eodem angulo; & pro diverſis in eorum radiorum genere inclinationibus in anulis ejuſdem ordinis, & pro incidentia perpendiculari in diverſa media, manentibus radiis, in anulis conſimilibus, & demum pro diverſi generis radiis e quavis refringente ſuperficie in unum idemque medium ſub eodem angulo incidentibus. Nunc ut haec ipſa innoteſcant in quantitatibus abſolutis, ſatis erit, ſi res abſolvatur in uno quovis radiorum genere incidentium ad perpendiculum in datum medium,

Digitized by Google

dium, & in quovis dati ordinis anulo, Data enim lamellae profunditate in quovis uno ejuſmodi caſu, ex datis relationibus quantitatum praedictis definietur eadem pro quolibet caſu.

XLI. Newtonus cum has dimenſiones inquireret in radiis aureo & flavo confinibus ab aërea lamella reflexis, & vitro uteretur objectivo aeque utrimque convexo, diametrum menſus eſt quinti anuli obſcuri, qua parte is obſcuriſſimus erat, cum in centro anulorum macula nigra ſine ulla vitrorum compreſſione manifeſto videndam ſe daret, eamque aequalem invenit $\frac{121}{600}$ partibus unius unciae. Et haec quidem erat ejus diametri dimenſio in ſuperficie vitri exteriori, ubi illam oculus intuebatur: At in ipſa lamellae aëris ſub vitro latentis ſuperficie aliquanto majorem eſſe oportuit. Sit enim in fig. 6. oculus in r vitris imminens ad perpendiculum ſupra ipſum anulorum centrum o, ſitque radius r i, unus ex his, qui anulum terminant obſcurum. Manifeſtum eſt, quod ſpectator pro anuli ſemidiametro metietur in vitri ſuperficie rectam o i, cum tamen vera ejuſdem ſemidiameter in aëris lamella, & ex qua pendet craſſitudo quaeſita, ſit recta b n, per cujus punctum n tranſit radius ad oculum perveniens ex i: & quidem ſi radius e vitro emergens nullam ſubiret in n refractionem, ex data diſtantia r o oculi a vitro, vitri craſſitudine o b, vel i m (cum vitrum reſpectu diſtantiae o r tamquam parallelis ſuperficiebus clauſum haberi poſſit) & ſemidiametro o i, una tantum analogia inveniretur b n. Nunc quoniam in i recedit radius a perpendiculo i q, producatur idem in x, eritque o i . m x : : r o . i m: & quoniam, poſita ratione ſinuum incidentiae & refractionis ex vitro in aërem ut 2 ad 3, eadem eſt ad ſenſum ratio rectarum m n, m x (cum ſit m i x angulo refracto r i q aequalis, & m i n angulus incidentiae, angulus autem totus b r x, ſive m i x exiguus, adeoque exiguus & m i n, ac ipſorum m i n, m i x ſinus proximè, ut tangentes m n, m x), erit componendo rationes o i . m n : : r o $\times$ 3 . i m $\times$ 2, & o i + m n ſive b n . o i : : 3 $\times$ r o + 2 $\times$ i m . 3 $\times$ r o: eademque erit ratio duplae b n ad duplam o i, ſeu totius diametri in aëre ad totam diametrum in ſuperficie vitri. Erat autem in Newtoni experimento diſtantia oculi r o unciarum 8, tota diameter in ſuperficie vitri $= \frac{1210}{6000}$, & vitri craſſities erat unius ex 8 partibus unciae; ac proinde ratio r o ad i m eadem, quae 64 ad 1: ergo, ſubſtituendo hos numeros, erat 192. 194 : : $\frac{1210}{6000}$. b n $= \frac{1222}{6000}$ partibus unciae.

XLII. Sit jam in fig. 5. N P ejus diametri dimidium, cui eſt aequalis dimidia chorda arcus s N p, ſeu ſinus rectus n p ejuſdem arcus dimidii. Cum ſit hic medius proportionalis inter diametrum circuli, & ſinum verſum N n, ſeu P p, invenietur quaeſita lamellae profunditas ex data diametro ſphaerae, ad quam tornatum erat objectivum. Erat haec in caſu noſtro unciarum 184: igitur 184. $\frac{611}{6000}$: : $\frac{611}{6000}$. P p $= \frac{1}{17744} = \frac{5}{88720}$: at-

Digitized by Google

atque haec erat profunditas, ſive craſſitudo lamellae in quinto anulo obſcuro per eam radii inclinationem viſo. Itaque primus anulus obſcurus poſt primum lucidum ſi in eadem obliquitate videri debuiſſet, requiſiviſſet lamellae profunditatem, ſive craſſitudinem $\frac{1}{88720}$, quandoquidem eae profunditates ſunt ex dictis in progreſſione arithmetica continua numerorum parium, ac proinde illa ad hanc, ut 1 ad 2, ſive ut 5 ad 1.

XLIII. Nondum tamen habemus quod quaerimus; propoſita enim erat ad inquirendum lamella alicujus anuli, qui fieret a radiis vel trajicientibus, vel reflexis, cum ipſi in aërem inciderent ad perpendiculum. At hic cum talis eſſet oculi poſitio, non eadem eſſe poterat poſitio radiorum, qui inde ad oculum reflectebantur. Habebitur tamen haec per num. XXXII ex inventa, ſi detur inclinatio radiorum, qui in hac obſervatione per eam lamellae altitudinem trajiciebantur. Ibi nempe oſtendimus, quod ſi radii homogenei inciderent in unum idemque medium ſub diverſis inclinationibus, altitudo lamellae, a qua reflecterentur, vel trajicerentur in unius, ejuſdemque ordinis anulo, futura eſſet ut ſecans anguli cujuſdam Z, cujus ſinus eſſet prima e 106 arithmetice proportionalibus inter ſinum refractionis & incidentiae: unde data inclinatione radiorum pro eo caſu, quo definita eſt per obſervationem altitudo praedicta, dabitur & ea quae futura erat, ſi radii ſub alio quocumque angulo incidiſſent. Porro in experimento Newtoni erat inclinatio radii ex vitro emergentis r i q in fig. 6., ac proinde & angulus refractus O N K ejuſdem ex vitro in aërem incidentis ferme 4. graduum, & poſita ratione ſinuum incidentiae & refractionis ut 11 ad 17, qua quidem ratione idem utebatur, erat angulus incidentiae P N 1 $=$ 2°, 35' quamproxime; & cum horum ſinuum 6975.65, ac 4507.24 differentia 2468.41. per 107. diviſa quotum exhibeat 23.07; hic ademptus ſinui refractionis dabit ſinum illius anguli Z $=$ 3°, 59', cujus ſecantis logarithmus eſt 10.0010592. At radiis incidentibus in aërem ad perpendiculum, angulus incidentiae & refractionis nullus evadit, & per conſequens angulus quoque ille Z, qui ab iiſdem definitur, nullus eſt, & anguli nullius ſecans, & ipſe radius. Addendus eſt ergo logarithmo radii logarithmus inventae altitudinis $\frac{1}{88720} = -$ 4.948021 5, & a ſumma, ſeu potius differentia $=$ 5.0519785 adimendus logarithmus ſecantis inventae, ut habeatur logarithmus quaeſitae altitudinis $= -$ 4.9490807, cui reſpondens fractio $= \frac{1}{88940}$ dat altitudinem qualis erat futura in ſecundo anulo obſcuro radiis incidentibus ad perpendiculum, pro qua aſſumi poterit rotundus numerus $\frac{1}{89000}$, qualis eſt a Newtono inventus, quamvis in ſuperioribus aliqua ſupputationum exigua differentia occurrat.

XLIV. Cum ergo ex his, quae ſupra diximus, conſtet lamellarum ejuſmodi profunditates in anulis lucidis eſſe in progreſſione arithmetica nu-

merorum imparium 1, 3, 5, 7, &c. in obſcuris autem (ſiquidem initium fiat ab ipſo centro maculae obſcurae) in progreſſione parium 0, 2, 4, 6, &c.; erit profunditas lamellae illius, in qua primus anulus lucidus, ubi is maxime lucidus eſt, exhibetur, inventae dimidia, ac proinde unius ex his partibus quarum in uncia continentur 17800. Quod ſi fractio $\frac{1}{178000}$ ducatur in ſeriem numerorum imparium, dabit eamdem lamellarum altitudinem in omnibus anulis lucidis, quos exhibent radii aureo & flavo contermini incidentes in aerem ad perpendiculum, ducta autem in ſeriem numerorum parium dabit eamdem in anulis obſcuris. At ſi eaedem altitudines inquirantur pro radiis reliquis, pro quovis medio, & pro quavis inclinatione; haberi poterunt ex ſupra definitis proportionibus.

XLV. Ex his, quae hactenus diximus; generalia theoremata fluunt, quae de vicibus facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus Newtonus poſuit in 3. parte lib. 2. & problematis ſolutio, qua totius theoriae fructus colligitur ab eodem tradita in ſecunda parte ejuſdem libri. Ad hanc probe intelligendam theorematum vim intime comprehendere oportet. Ea hic proponemus aliquanto aliter, quam ab eo factum eſt. Differentia autem in eo ſita erit, quod ille *vices facilioris reflexionis* appellat reverſiones diſpoſitionis illius, qua fit, ut quilibet radius facilius reflectatur, & *vices facilioris tranſmiſſus* reverſiones diſpoſitionis illius, qua fit ut idem facilius tranſmittatur: ſpatium autem quod inter ſingulas ejuſdem vicis reverſiones intercedit appellat *intervallum vicium*. At nos vices reflexionis, & tranſmiſſus dicemus diſpoſitiones ipſas ad reflectendum vel tranſmittendum alternatim redeuntes, & intervallum vicium appellabimus ſpatium illud, quod eſt radio percurrendum, ut a diſpoſitione maxima ad reflexionem tranſeat ad maximam diſpoſitionem ad tranſmiſſum, & contra; cur *maximam* adjiciamus mox intelligetur. Interim ubi intervallum illud vicium apud Newtonum in radiis aureo & flavo conterminis eſt $\frac{1}{89000}$ pars unius unciae, ibi nobis erit $\frac{1}{178000}$ dimidia ſcilicet illius ſpatii pars, quod ab ipſo hoc nomine deſignatur. Haec exigua mutatio non nihil conferet ad faciliorem eorum, quae deinceps dicenda erunt, intelligentiam. Sit igitur.

THEOREMA I.

Omnis radius in tranſmiſſu ſuo per quamlibet refringentem ſuperficiem nanciſcitur diſpoſitionem quamdam, qua fit, ut æqualibus in progreſſu ſuo decurſis intervallis reflectatur facilius, & alternatim tranſmittatur, ſi alia refringens ſuperficies deinceps proxima objiciatur.

XLVI. Senſus theorematis eſt is. Quoties radius luminis novum ſubingre-

ingreditur medium, ſi poſt certum ſpatium emenſum nova ei refringens ſuperficies objiciatur, reflectetur facilius, quam tranſmittatur, & ſi eadem ſuperficies objiciatur poſt alterum intervallum priori aequale decurſum, tranſmittetur facilius, quam reflectatur, atque ita porro perpetuis vicium alternationibus. Rem ita ſe habere conſtat ex ſuperioribus experimentis. Nam idem radius, qui poſt certum ſpatium in aëris, vel aquae lamella decurſum, novo objecto medio, reflectebatur, idem reflectebatur poſt idem ſpatium ter, quinquies, ſepties &c. decurſum, cum contra trajiceretur poſt 2, 4, 6, 8, 10 &c. intervalla ejuſdem magnitudinis emenſa. Atque has quidem alternas vices propagari ad quamlibet diſtantiam certum putavit Newtonus. Cur enim, ubi medij profunditas paulo major eſſe incipit, eadem anulorum phaenomena, & colorum diviſiones non habeantur, licet ad diſtantias quaſcumque propagentur vices illae, aliquanto inferiùs explicabimus. Interim illud ipſe obſervavit, quòd cum anuli colorati in vitris objectivis, de quibus ſupra dictum eſt, nudo oculo intuenti vix 8, aut 9 diſtinctè videndos ſe darent, Priſmate adhibito amplius 40 numerari poterant praeter alios multos ita exiguos, & denſatos, ut eos ſatis diſcernere & numerare non poſſet. Ex aliis autem phaenomenis ab hac eadem cauſa pendentibus, quae in ſequenti §. recenſebimus, conſtabit in lumine irregulariter reflexo plura vicium millia eodem ordine regredi. Unde cum quatenus oculorum vi, & ingenii induſtria progredi poſſumus, eatenus iſtae alternationes vicium ſe prodant; dubium non eſt quin & ad ea propagentur intervalla, in quibus ſenſuum aciem jam debeant effugere.

XLVII. In quo ſita ſit ejuſmodi diſpoſitio, & unde lumini adveniat, hoc loco non inquirimus. Dicitur tamen radius eamdem acquirere in tranſitu ſuo per refringentem ſuperficiem, quia ab ipſa refringente ſuperficie propagantur eae vicium alternationes, & in ipſo tranſitu oritur intervallorum determinatio, quibus ab una ad alteram diſpoſitionem tranſibit. Illud in primis oportet animadvertere, has diſpoſitiones non in inſtanti, & per ſaltum contra univerſalem Naturae legem ſed per gradus immutari. Id ergo ut altius animo inſideat, ſit T o F''', (*in fig. 9*) radii alicujus ſimplicis, & homogenei ſemita in aliquo dato medio, eaque dividatur in ſegmenta aequalia T o I', I' R 1, R 1 F', F' T 2 &c. quorum primum T o I' denotet ſpatium illud exiguum in confinio prioris, & ſequentis medii, ubi radius trajectus eſt, & in cujus initio maximam habuit ad tranſmiſſum facilitatem. Summa vero duorum T o I', I' R 1 ſit illud intervallum, quo decurſo maximam habet facilitatem ad reflexionem. Erit T o T 2 intervallum illud, ubi iterum maximam habet ad tranſitum facilitatem, T o R 3 intervallum, in quo iterum maximam reflectendi facilitatem habebit, & ſic deinceps. Ut ergo rite concipiamus quomodo per gradus ab una diſpoſitione ad aliam tranſeat, ſit curva quedam continua A B C D E &c. perpetuo recedens a puncto T o, & axem interſecans, non quidem in ipſis punctis T, & R, ubi maximae erant eae diſpoſitiones ad motus contrarios, ſed in punctis intermediis I, F, & curvae ipſius ordinatae ad rectam T o F''' tamquam axem, normales, quaeque nullae ſunt in ipſis interſectionibus axis, maximae ſint in punctis T, R ubi maximam habet radius ad tranſmiſſum, vel

 refle-

reflexionem facililatem ; hinc verò, & inde aequaliter decreſcant decrementis circa ipſas maximas ordinatas admodum exiguis (ut univerſim ſolet contingere in omnibus quantitatibus per continua incrementa auctis, & per continua decrementa imminutis ita, ut maximum quiddam habeant, vel minimum) ; in punctis verò remotioribus, ut inter I, & r, vel inter F', & t, maximis. Sic enim fiet, ut tranſitus ab una ordinata maximae ad ſenſum aequali, ad aliam contrariam maximae itidem aequalem ad ſenſum celerrimus fit, quemadmodum in ejuſmodi rebus videmus contingere, & ordinatae ejuſmodi deſignabunt quantitatem earum diſpoſitionum, quas alternatim habet radius ad reflexionem, vel tranſmiſſum.

XLVIII. Igitur in puncto To habebat radius maximam ad tranſitum diſpoſitionem, quam idcirco exprimit recta To A omnium maxima, quae ordinantur ad curvae ramum A I' : at dum luminis particula motu continuo decurrit ſpatium To I' ut continuo decreſcunt ordinatae, ita & continuo decreſcit ea facilitas, donec in ipſo puncto I' & illae nullae ſint, & diſpoſitio nulla. Ibi ſcilicet radius eſt prorſus indifferens & ad tranſitum, & ad reflexionem, quantum quidem eſt ex parte diſpoſitionum, de quibus hic agimus, nam quantum attinet ad motum progreſſivum, ab eo utique determinatus eſt ad progreſſum, & ſi ſibi prorſus relinquatur, haud dubium eſt quin progreſſurus ſit ſed hic motus conſtans, & uniformis longe alius eſt ab his diſpoſitionibus, quarum quantitates exprimunt ejuſmodi ordinatae, cum ex illo ſemper determinetur radius ad progreſſum, ex his ita ſit comparatus, ut aliquando novo occurrente medio majorem habeat ad progreſſum facilitatem, aliquando autem majorem ad regreſſum. Interim dum luminis particula, quae in puncto I' ad utrumque erat aeque diſpoſita, ulterius progreditur, jam ordinatae ad curvae ramum I' B F' jacentem ex parte axis oppoſita oſtendunt nouam diſpoſitionem priori oppoſitam, qua fiat, ut faciliorem habeat reflexionem, quam tranſmiſſum. Creſcit haec quoque diſpoſitio, ut creſcunt ordinatae b r, & maxima evadet in R 1, exinde verò decreſcet, donec prorſus evaneſcat in F', & exinde oppoſitam nanciſci incipiat facilitatem ad tranſmiſſum, & ſic deinceps.

IL. Jam verò cum intervallum vicium abſolutè dicimus, ſpatium illud communiter intelligimus, quod intercedit inter maximam facilitatem ad tranſmiſſum, & maximam ad reflexionem, cujuſmodi ſunt intervalla To R 1, R 1 T 2, &c. quibus propterea adjectae ſunt notae 0, 1, 2, 3, 4 &c. in quarum progreſſione ſunt alternatim harum diſpoſitionum limites, ut dictum eſt. At ſi ſpatium quis velit, in cujus decurſu alterutram habeant luminis particulae diſpoſitionem, praedicta intervalla bifariam dividat oportet in punctis I, F, & primum quidem dimidium A I' aſſignet diſpoſitioni, quam habet continuo minorem ad tranſmiſſum, tum duo ſequentia I' R 1, R 1 F' diſpoſitioni, quam habet ad reflexionem ab I' ad R 1 continuo majorem, & continuo minorem ab R 1 ad F', & ſic deinceps. Et ſimiliter, ſi intervallum quis velit, quo ab una quadam alterutrius diſpoſitionis quantitate b r tranſeat ad aequalem gradum diſpoſitionis oppoſitae, ſumpta r t = To r, t c aequalis, & contraria priori r b aequè oſtendet, quod quantam habebat radius in r facilitatem ad reflexionem,

tan-

tantam habebit in t ad tranſmiſſum. Atque hoc pacto, undecumque numerare quis velit mutationes diſpoſitionum aequalium, & oppoſitarum, ſemper habebit intervallum ejus magnitudinis, quam definivimus inter utriuſque maximam quantitatem R 1 B, T 2 C. Quamvis enim fieri poſſit, ut arcus I' B, B F' F' C &c. circa maximas ad reflectendum, vel tranſmittendum facilitates diſpoſiti non ſint accuratè ſimiles, & aequales, ac proindae nec ipſae rectae R 1 B, T 2 C bifariam ſecent intervalla I' F', F' I'' &c. tamen tam cito ſit tranſitus ab una diſpoſitione ad oppoſitam, ut ea inaequalitas, ſi qua ſit, futura ſit prorſus inſenſibilis. Atque idipſum intelligi debet de aequalitatibus, quas hic ſupponimus inter ordinatas contrarias R 1 B, T 2 C &c. & arcus pariter contrarios ejus curvae.

L. Quomodo hae diſpoſitiones radium determinent ad progreſſum, potius, vel regreſſum, melius intelligetur in ſequentibus, ubi & de ratione aliquid dicemus, qua lumini ſuperveniunt. Interim illud in primis notandum, nunquam fore, ut ob ſolam hujuſmodi mutationem radius reſiliat. Reflexio luminis pendet, ut jam initio monuimus, a mutatione medii, quod ſubit, & a differentia denſitatum, vel potius virium refringentium in ipſis mediis. Si differentia haec nulla ſit, nulla erit uſquam reflexio, utcumque immutentur eae diſpoſitiones, & radius continuo progredietur. At ſi differentia ſit aliqua, tunc & pro quantitate ejuſdem differentiae, & pro diverſà diſpoſitione, quam habet radius, ubi novum illi medium occurrit, immo etiam ab angulo, in quo ad dirimentem ſuperficiem incidet, ad alterum potius ex hiſce duobus determinabitur, quam ad oppoſitum. Si novum hoc medium radio objiciatur in punctis T traiicitur; quia maximam habet ad hoc facilitatem, niſi tanta ſit vis reflectens, ut cum tota hac diſpoſitione maxima ad tranſmiſſum, totam poſſit velocitatem luminis progreſſivam extinguere, & novam gignere in partes oppoſitas, & ſi objciatur in punctis R, reflectitur ob contrariam rationem, dummodo novi medii profunditas ſatis magna ſit pro denſitatum differentia, ut inde reſultent actiones ſatis validae ad motum progreſſivum luminis extinguendum, novumque producendum ad partes oppoſitas, ut ex dicendis intelligetur. Eadem fere contingent, ſi illud idem medium radio luminis objiciatur in puncto a puncto R, vel T per minimum aliquod intervallum remoto ob diſpoſitiones praedictas ibi quam proxime conſtantes, at ubi paulo magis quis receſſerit, novum medium objiciens in r, vel t, tum, quamvis ibi, ſit in vicibus facilioris reflexionis, hic in vicibus facilioris tranſmiſſus, fieri tamen poterit, ut & trajiciatur in primo caſu, & reflectatur in ſecundo. Si nempe vires, quae, & ex diverſa mediorum denſitate, & incidentiae inclinatione reſultant ſint adeo exiguae, ut cum tota diſpoſitione, r b quam ibi radius habebat ad faciliorem reflexionem, praevaleat velocitas progreſſiva, ultra progredietur. Si autem in ea vis ſit adeo magna, ut velocitatem poſſit extinguere, cum tota diſpoſitione t e, quam habet ad faciliorem tranſmiſſum, reflectetur. Atque hinc eſt, cur intervalla iſta non dicantur intervalla vicium reflexionis, & tranſmiſſus; ſed facilioris reflexionis & facilioris tranſmiſſus; quia ſcilicet non ſatis ſunt eae diſpoſitiones, ut alterutrum alternis vicibus contingat potius, quam alterum, cum

jam

jam ex motu progreſſivo, qui ab his diſpoſitionibus non variatur, ſemper ſit determinatus radius ad progreſſum, ſed requiritur praterea vis reſultans ex diverſa mediorum denſitate, & inclinatione incidentiae quae poſſit velocitatem luminis perpendiculárem extinguere, novamque producere in partes oppoſitas. Id autem iſta vis facilius aſſequetur in intervallis I R F, quam in intervallis F T I, quamvis ne in illis quidem ſemper aſſequetur. Sed tamen ſi aſſequatur in his, à fortiori, & in illis poterit efficere, & ſi ne in illis quidem aſſequatur, multo minus in iſtis poterit. Sic etiam, ſi novi medii occurſus In puncto R 1 radium determinat ad regreſſum, non poteſt inde inferri, determinaturum pariter in r; at ſi hic potuit efficere, ut radius reſiliret, à fortiori idem efficiet in R 1, & ſimiliter, ſi medium aliquod radio objectum in T 2 non illum potuit reflectere, non poteſt exinde inferri, nec in t reflexurum; at ſi in t non reflectit, multo minus reflectet in T 2

LI. Immò hoc univerſim poſſumus affirmare pro caſu, in quo e medio minore vi praedito tranſeat radius ad medium majore praeditum vi, ut e minus denſo, & ſulphuroſo ad magis denſum, & majore ſulphuris copia praeditum, nullam eſſe mediorum differentiam, ex qua vis reflectens adeo valida reſultet, ut radios reflectat, qui in ipſo appulſu maximam habeant ad tranſmiſſum diſpoſitionem, quod quidem accidit, ubi contra e medio majore vi praedito tranſit ad medium praeditum minore vi, ſi obliquitas incidentiae ſit tanta, ut ſinus anguli incidentiae ipſius ad radium non habeat rationem minorem ea, quam habere debet ſinus anguli incidentiae ad ſinum anguli refracti, in quo caſu radius reflectitur ſemper in totum nulla ejus parte tranſmiſſa. Accidit in hoc ſecundo caſu, ut quemadmodum radius in maxima diſpoſitione ad reflexionem adhuc trajicitur, ſi vis reflectens ſit nimis exigua, ita & in maxima diſpoſitione ad tranſmiſſum adhuc reſiliat, ſi vis illa ſit ſatis magna: Videtur quidem ſpectata rei natura idem, & in primo illo caſu poſſe contingere, verum phoenomena oppoſitum videntur evincere. Nullum enim ſpeculum novimus, a quo reflexum lumen aeque ſit copioſum, ac lumen directum, quod omnino contingeret, ſi radios reflecteret advenientes cum ea maxima diſpoſitione ad tranſmiſſionem: ſi enim & hos reflecteret, a fortiori reflecteret & reliquos: unde putandum eſt, nullos reflecti radios in appulſu ad quodvis medium majore vi pollens, qui ſint in limite maximae facilitatis ad tranſmiſſum, aut in limitibus ipſi maximae contiguis.

LII. Et hactenus quidem mutationes vicium in uno eodemque ſimpliciſſimo luminis radio conſideravimus. Jam ſi conſideremus reliquos, quamvis ejuſdem coloris, in his intervalla praedicta ſunt inaequalia, ut ſupra oſtenſum eſt: unde ſi in R maximam facilitatem habet ad reflexionem, extremus ex. gr. violaceus, cujus minima ſunt ejuſmodi intervalla, nondum tantam habebunt reliqui violacei, & maximè omnium ab ea diſtabunt, qui ſunt in confinio violacei, & indici. Hinc fit in his ipſis colorum phoenomenis, quae ab exilibus lamellis exhibentur, ut differentia mediorum, quae coloris ſpeciem mutare non poteſt, mutare tamen luminis intenſitatem poſſit, quemadmodum vidimus in lamella lapidis ſpecu-

laris

laris lumen rubrum reflectentis, ſive aëri utrinque confinis eſſet, ſive aquae, ſed in primo caſu copioſius, quam in ſecundo. Erat nempe ea lamella profunditatis, quae requirebatur, ut radii rubei, qui in appulſu ad primam ſuperficiem fuerant in vicibus facilioris tranſmiſſus, in appulſu ad ſecundam eſſent in vice aliqua facilioris reflexionis, ſed non omnes ex aequo; aliqui enim habebant maximam R 1 B aliqui alii continuò minorem. Ubi denſitatum in mediis contiguis differentia major fuit, vis reflectens tanta extitit, ut & illos reſilire compelleret, qui paulo magis diſtarent ab eo limite: at ea vi imminuta ob imminutam differentiam denſitatum, aliqui ex his qui prius reflectebantur, trajici caeperunt. Hinc univerſim anulorum, quos aëris, vel aquae lamella exhibuit in vitris objectivis, erant extremi margines dilutiores, ut vix in ſenſum incurrerent, quemedmodum monuimus in num. XXXVI., & partem aliquam habebant prae reliquis maximè lucidam. Nam ſi in Fig. 5. ſit P p profunditas illa, qua decurſa tantam habebant extremi violacei ad reflectendum facilitatem, ut reipſa reflecterentur, nondum tantam habebant reliqui, qui nonniſi ſucceſſivè ad eamdem facilitatem pervenerunt. Unde initio quidem nonniſi pauciſſimi reflectebantur, paulo poſt una cum illis acquirentibus facilitatem continuo majorem reflectebantur & alii, donec qui primi reflecti caeperunt primi etiam inciperent tranſmitti, & ſic deinceps. Quamobrem & admodum tenue erat lumen in P ubi nonniſi maxime refrangibiles reflectebantur, & ſimilis erat tenuitatis in F, ubi nonniſi minime refrangibiles pergebant reflecti, & erat aliquis limes $\varphi\ \pi$, ubi maxima erat reflectentium copia.

LIII. Immo hinc etiam fit, ut haec colorum phoenomena locum habeant in exiguis tantum lamellis, non autem in paulo majoribus profunditatibus. Etenim quamdiu intervallum T o F ''' in Figura 9 eſt ita exiguum, omnes, vel fere omnes ejuſdem coloris radii, eandem habebunt ſive ad progreſſum, ſive ad regreſſum diſpoſitionem, quae quidem diſpoſitio in eodem etiam exiguo intervallo pro diverſis coloribus ſatis diverſa erit. At ubi intervallum ipſum ſatis excreſcit, jam intra quodvis cujuſcumque coloris genus, aliqui radii alteram, aliqui alteram priori prorſus oppoſitam diſpoſitionem habebunt, unde fiet, ut in exiguo intervallo quaedam colorum genera in reflexo lumine praevaleant, quaedam vero alia in tranſmiſſo, in intervallo autem ſatis magno omnium colorum radii tam in reflexo, quam in refracto lumine habeantur. Id autem patebit facile ipſam tantummodo maximam diſpoſitionem conſideranti. Si enim T o R 1 ſit illud intervallum, ubi extremus violaceus ſubit vices facilioris reflexionis, ibi violaceus indico confinis adhuc abeſt aliquantiſper ab ea diſpoſitione, quam non acquiret, niſi in puncto aliquo modicè diſtante ab R 1, cum eadem intervalla differant pro radiis etiam extremis unius, ejuſdemque generis per quantitates reſpectu totius intervalli T o R 1 exiguas. At dum iterum redibit prior radius in R 3 ad vices facilioris reflexionis, tum alter aliquanto magis ab eadem vice in eodem loco diſtabit, quam in prima vice diſtaret. Atque ita porrò dum majus decurrunt intervallum, pluresque ſubeunt vicium mutationes, ad eam tandem ſummam unius defectus de-

devenient, ut ubi alter maximam facilitatem habet ad reflexionem, ibi alter habeat maximam ad tranſmittendum diſpoſitionem.

LIV. Nec verò difficile eſt numerum vicium definire, in quo ea diſpoſitionum contrarietas habebitur in duobus ſive ejuſdem, ſive diverſi generis radiis, quovis ab invicem gradu diſtantibus. Nam ſi in Fig. 8. ſit M X intervallum vicium pro extremis violaceis, & α X intervallum pro violaceis indico confinibus, & ſpatium inveniatur, in quo intervallum α X ſemel minus contineatur, quam intervallum M X, ſpatium nimirum, quod ad alterum ex iis intervallis ſit, ut eſt alterum ad ipſorum differentiam, quae differentia continuo replicata cum priore intervallo poſteriori aequalis evadat; in fine ejus ſpatii alter radius numerabit vicium numerum imparem, alter parem, & alter erit in vice facilioris reflexionis, alter in vice facilioris tranſmiſſus. Idem autem problema aeque facile ſolvitur etiam generaliter, quod multo ſatius erit, pro quovis majori exceſſu numeri vicium majori; ut ſi quaeratur quoties vices mutare debeat violaceus indico confinis, ut violaceus extremus centum numeret ſupra illas, quas prior ſubiit, ſeu, quod perinde eſt, quodnam ſit ſpatium illud, in quo intervallum M X centies contineatur ſupra numerum vicium, quo continetur intervallum majus Xα; hoc enim pacto caſum habebimus, in quo ex omnibus radiis violaceis alii praeter quendam communem omnibus vicium numerum numerabunt *99*, alii *98*, & ſic deinceps per omnes numeros intermedios ita, ut qui ſunt in vicium numero impari aut accurate, aut quamproximè totidem ſint, quot illi, qui ſunt in vicium numero pari, & totidem ſint ad ſenſum in vice aliqua maximae diſpoſitionis ad tranſmiſſum, quot ſunt in contraria vice maximae diſpoſitionis ad reflexionem.

LV. Ponatur ergo intervallum majus α X = a, intervallum minus M X = b, numerus quaeſitus mutationum vicium majoris extremi, ſeu numerus, in quem ducendum eſt intervallum majus α X, ut habeatur ſpatium quaeſitum, dicatur x, & numerus vicium, quibus alter priorem debet excedere dicatur n. Erit $ax = bx + nb$, adeoque $ax - bx = nb$, & $x = \frac{nb}{a-b}$. Nempe ut differentia intervalli vicium ad intervallum minus, ita numerus vicium datus, quo minoris intervalli radius excedere debet alterius vices, ad numerum vicium quaeſitum, quas alter mutabit, ſive ad numerum, in quem ducere oportet intervallum majus, ut habeatur ſpatium quaeſitum.

LVI. Diximus jam intervallum M X ad intervallum α X eſſe, ut *6300* ad *6814*: unde ſi ponatur $n = 100$, $a = 6814$, $b = 6300$, erit $a - b = 514$, adeoque $\frac{nb}{a-b} = 1225.68$ docebit quoties mutare vices debeat indico confinis violaceus, ut violaceus extremus 100 vicibus illum praeeat, ſeu quoties ſumi debeat intervallum majus α X, ut ſpatium habeatur, in quo intervallum minus M X contineatur centies magis, quam alterum. Notandum autem, quid illa fractio 0. *68* integro numero adjecta ſignificet. Illud nimirum, neutrum ex iis extremis violaceis radiis mu-

ta-

taturum diſpoſitionem quodam intervallorum numero accurato, dum poſterior priori 100 intervalla addit, ut ipſi ordinata facilitatem exprimens ejuſdem magnitudinis reſpondeat, cujus initio reſpondebat, ſed habiturum facilitatem expreſſam per ordinatam, quae a priore diſtet per $\frac{C\,8}{100}$ unius intervalli. Sed in quacumque fuerint extremi radii diſpoſitione, manifeſtum eſt plurimos ex intermediis eamdem quamcumque facilitatis magnitudinem mutaturos numero accurate pari, plurimos alios accurate impari, adeoque plurimos fore in vice facilioris reflexionis plurimos alios in vice facilioris tranſmiſſus, & eorum copiam horum copiae ad ſenſum aequalem fore, quae ipſa eſt cauſa cur in lumine regulariter ſive reflexo, ſive tranſmiſſo a laminis craſſis aequalis omnium colorum mixtura habeatur illi, quae habebatur ante ingreſſum, & nullus color a radio albo progenitus oriatur.

LVI. Nec verò eſt ingens ſpatium illud, quod continet intervallum *a* X invento vicium numero. Diximus jam intervallum iſto majus *a* X in confinio aurei, & flavi non excedere $\frac{1}{178000}$ partem unius unciae. Unde ſi hoc ipſum intervallum ducatur in 1225, adhuc habebitur ſpatium minus $\frac{1}{145}$ parte unius unciae. Sed & abunde fecimus, cum ad habendum aequalem ad ſenſum unius ejuſdem generis radiorum numerum in utraque diſpoſitione contraria, ſpatium quaeſivimus, in quo unius extremi vices eſſent centies plures, quam alterius; cum ad idem obtinendum pro omnibus ſimul generibus exceſſus quoque multo minor poſſit ſatisfacere, ut deinceps conſtabit.

LVII. Notandum praeterea & illud, quod cum lumen compoſitum in ipſas incidit lamellas coloribus exhibendis idoneas, adhuc in his caſibus, quamvis fieri poſſit, ùt in appulſu ad poſteriorem ſuperficiem totus ſit in intervallo facilioris reflexionis, alter maxima ex parte in intervallo facilioris tranſmiſſus, vel viceverſa, nunquam tamen fiet, ut unus ſit totus in uno, alter totus in altero. Nam ne in violaceis quidem, & rubeis id continget, quamvis intervalla vicium habeant maxime inaequalia; Ad id habendum requireretur in rubeo, qui eſt aureo conterminus intervallum duplum intervalli violacei indico contermini. Tum enim ſi omnes rubei, & violacei in ingreſſu in quamdam lamellam eſſent in initio diſpoſitionis ejuſdem, ubi jam rubeus ille, toto ſuo intervallo percurſo inciperet eſſe in contraria diſpoſitione, adeoque ut caeteri cum illo rubei, qui majus intervallum habent, jam ad contrariam diſpoſitionem tranſiſſent, ille violaceus percurſis binis ſuis intervallis inciperet recuperare diſpoſitionem illam primam, ad quam violacei reliqui, qui minus intervallum habent, regreſſi eſſent, adeoque omnes violacei jam iterum haberent illam primam, omnes rubei adhuc ſecundam contrariam. Verum non modo illius rubei intervallum non eſt duplum intervalli illius violacei, ſed ne extremi quidem rubei intervallum duplo eſt majus extremi violacei intervallo, ut patet ex num. XXXVIIII.

 Ac

Digitized by Google

LVIII. Ac de vicium quidem ipſarum natura, & indole ſatis multa diximus. Poſcebat tamen hanc prolixitatem obſcuritas, qua ex nobiliſſimis totius Phyſicae partibus ea una apud Auctorem ſuum laborat, & quam eâ fortaſſe de cauſa omnes, quos viderimus, Elementorum Phyſices Scriptores aut praetereunt omninò, aut nonniſi leviter attingunt. Nunc caetera erunt multo faciliora, ut ſubinde conſtabit, poſtquam reliqua de vicibus theoremata neceſſària expoſuerimus.

THEOREMA II.

In radiis unius, & ejuſdem generis emergentibus in quovis angulo è quavis refringente ſuperficie in quodvis unum idemque medium, intervalla ſequentium vicium facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus ſunt vel accurate, vel quamproximè ut rectangulum ſecantis anguli refractionis, & ſecantis alius cujuſdam anguli, cujus ſinus ſit prima è 106 arithmeticis mediis proportionalibus inter ſinus incidentiae, & ſinus refractionis incipiendo a ſinu refractionis.

LIX. Conſtat ex numero XXXI, & ſequentibus. Ibi enim docuimus, quod ſi radius unius certi generis I R in Fig. 7. oblique incideret in aëris lamellam A B, & eſſet D I L angulus incidentiae F I L angulus refractionis, angulus verò inter hos medius E I L angulus ille cujus ſinus ſit inter ſinus illarum prima e 106 mediis arithmetice proportionalibus, ac demum profunditas I K intervallum illud, quo decurſo, radius incidens ad perpendiculum reflectebatur ad dati ordinis anulum efficiendum; erat profunditas I L, quae requirebatur ad eumdem effectum praeſtandum cum radius ſubiret novum medium ſub angulo refracto L I F ad priorem I K, ut ſecans anguli E I L ad ſinum totum R; hoc eſt I L. I K :: ſec. E I L. R. Porro ſi ejuſdem ordinis anulum exhibet radius reflexus in F, quem exhibuiſſet reflexus in K, totidem continentur intervalla vicium in ſemita obliqua I F, quot in directa I K; ac proinde intervallorum magnitudines ſunt in ratione ipſarum I K, I F. Cum ſit ergo I K. I L : : R. ſec. E I L, & I L. I F : : R. ſec F I L; erit utique I K. I F : : R x R, ſec E I L x ſec F I L. Et quoniam manentibus mediis a ſuperficie diremptis, & manente radiorum genere, manet praeter ſinum totum R primus terminus I K, patet, mutatis obliquitatibus intervallorum, magnitudines fore ut ſec. E I L x ſec. F I L. Q. E. D.

THEO-

THEOREMA III.

In radiis diverſorum generum, qui jacent in colorum confiniis, emergentibus in aequalibus angulis e quavis refringente ſuperficie in unum idemque medium; intervalla ſequentium vicium facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus ſunt vel accurate, vel quamproximè, ut radices cubicae quadratorum longitudinum chordae, quae ſonent notas illas muſicas in octava progrediente per tertiam minorem & ſextam majorem; & rationes bis intermedias ſequuntur radii, qui coloribus reſpondeant intra eos limites conſtitutis.

LXI. Propoſitio patet ex his, quae diximus in num. XXXIV. XXXV, & ſeqq. cum haec intervalla eadem ſint, atque illae profunditates, ac ulteriori non indiget explicatione.

THEOREMA IV.

Si radii unius cujuſvis generis tranſeant ex quavis data refringente ſuperficie in diverſa media ad perpendiculum, intervalla vicium facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus in quovis uno medio erunt ad earumdem intervalla in alio quovis medio, ut ſinus incidentiae ad ſinum refractionis radiorum tranſeuntium è primo medio in ſecundum.

LXII. Hoc quoque abunde intelligitur ex num. XXXIV. Notandum eſt autem, quod ex hoc theoremate innoteſcit etiam relatio magnitudinis eorumdem intervallorum in medio quovis antecedenti, & ſubſequenti, ſi per ea radius trajiciat in directione ad ſuperficiem refringentem normali. Nam ſi ex una parte tranſeat ex vitro in vitrum, ex alia parte ex. gr. ex vitro in aërem; ibi quidem manent eorum intervallorum magnitudines, hîc vero eaedem magnitudines ſunt ad illas ut ſinus incidentiae ex vitro in aërem ad ſinum refractionis; ac proinde ſuperioris theorematis eſt caſus quidam particularis ſequens corollarium. *Si radii cujuſcujuſque generis tranſeant ad perpendiculum ex uno medio in aliud; intervalla Vicium in priore medio ad intervalla vicium in poſteriore ſunt, ut ſinus incidentiae in illo tranſitu ad ſinum refractionis.* Inde autem plura facile colliguntur tum ex ipſo theoremate, tum ex hoc ejus corollario. Pauca indicabimus.

LXIII. Primo quidem ejuſdem radii ex eodem medio tranſeuntis ad perpendiculum in idem medium, intervalla poſſunt diverſa eſſe. Fingamus enim radium cujuſdam generis cum datae quaedam cujuſdam magnitudinis in-

intervallo primo quidem deferri ad vitrum in angulo recto, tum in obliquo, & in utroque caſu deinde in angulo recto emergere in novum medium, ut in aerem. Fient per theor. 2. in vitro intervalla inaequalia in ratione, quam habet quadratum ſinus totius, ad factum ex illis ſecantibus. Quare cum per hoc theor. 4. intervalla in vitro binorum horum caſuum ad intervalla in novo medio eandem rationem habeant, inaequalia itidem erunt in novo medio, licet in ipſum idem ille ejuſdem generis radius ex eodem vitro in eodem angulo recto in utroque caſu tranſierit. Porro hoc diſcrimen haberi non poterit, niſi in aliquod è praecedentibus mediis idem radius in diverſis angulis ingreſſus ſit. Quin immo facile deducitur ex corollario hujus quarti theorematis, radium ejuſdem generis in dato quovis medio habiturum ejuſdem ſemper magnitudinis intervalla, ſi in aliquo medio habuerit eadem, & inde per quotvis utcumque diverſa media tranſierit ſemper ad perpendiculum, fore autem in eo caſu breviora in mediis majore vi praeditis, quam in mediis praeditis minore vi. Deducitur primum ex eo, quod ratio primi ſinus ad poſtremum componitur poſt quotcumque media ex omnibus intermediis rationibus, ſecundum ex eo quòd ſinus anguli refracti minores ſunt pro mediis majore vi praeditis.

THEOREMA V.

Si radii, qui exhibent colorem in confinio flavi, atque aurei interjacentem, tranſeant ad perpendiculum è vitro in aërem, intervalla vicium ſuarum facilioris tranſmiſſus, & facilioris reflexionis ſiunt 178000:ma pars unius unciae.

LXIV. Conſtat ex num. XLIV. Ejuſmodi enim intervalla dicimus, quae ſunt lumini percurrenda, ut à maxima ad tranſmittendum facilitate tranſeat ad maximam facilitatem oppoſitam. Newtonus, ut jam monuimus, poſuit hoc intervallum duplo majus, quia ſignificabat hoc nomine ſpatium interjectum inter duas quaslibet cognomines vices.

THEOREMA VI.

Si radii cujuſvis generis incidentes in ſuperficiem politam medii pellucidi reflectantur, vices facilioris reflexionis, quas hi habent in puncto reflexionis, revertentur uſque continuis vicibus, earumque intervalla in ſpatio, per quod reſiliunt à puncto reflexionis computata, erunt in progreſſione arithmetica numerorum parium, 0, 2, 4, 6, &c. intervalla verò vicium facilioris tranſmiſſus erunt in progreſſione numerorum imparium 1, 3, 5, 7, &c.

Et-

Digitized by Google

LXV. Etenim cum iſtae diſpoſitionum mutationes perpetuae fuerint, ut diximus, & uberius etiam ex dicendis conſtabit, eaeque fuerint in cauſa, cur lumen cum his adveniens ad eam ſuperficiem reflecteretur potius, quàm tranſmitteretur; nihil profecto eſt cauſae, cur ibi ſtatim ceſſare debuerint. Si autem in ipſo appulſu ad ſuperficiem reflectentem, ubi hoc intervallum erat = o erat in vicibus facilioris reflexionis, erit in iiſdem in intervallis 2, 4, 6, 8 &c. eritque in diſpoſitione contraria in interjectis intervallis 1, 3, 5, 7 &c. contra quàm contingit, ubi hae vices propagantur a ſuperficie refringente.

THEOREMA VII.

Intervalla vicium facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus, qui propagantur a puncto reflexionis in quodvis medium, aequalia ſunt intervallis ſimilium vicium, quas habuiſſent radii, ſi refracti fuiſſent tranſeundo in idem medium ſub angulis refractis, qui angulis illis reflexis aequales eſſent.

LXVI. Conſtat id ex ſupra relatis experimentis. Nam Lumen reflexum ab inferiori tenuis lamellae ſuperficie liberrimè deinceps egrediebatur per primam ſuperficiem ad annulos illos coloratos efficiendos, qui quidem nitidiores etiam erant, quam quos tranſmiſſum lumen efficiebat. Radius igitur N O, in Fig. 6., qui ad aërem appellens in N fuerat in vicibus facilioris tranſmiſſus, atque exinde appellens ad punctum O fuerat in vicibus facilioris reflexionis, ubi iterum rediit ad priorem ſuperficiem in n percurſo ſpatio O n iterum fuit in vicibus facilioris tranſmiſſus: id quod non ſemper contingeret, ſi intervalla vicium a puncto reflexionis O propagata ad punctum uſque emerſionis n non eſſent aequalia tum magnitudine, tum numero intervallis vicium, quae a puncto immerſionis N ad punctum reflexionis O intercesſerunt. Sunt igitur intervalla vicium a puncto reflexionis O computata eadem, quae fuiſſent, ſi radius in puncto O ingreſſus eſſet hoc medium incedens in recta O n, quae eſt radii reflexi ſemita. Et quoniam eſt angulus B O N, ac proinde & reflexus B O n aequalis angulo refracto O N K, radiorum autem unius ejuſdemque generis ſub eodem angulo refracto ex eadem refringente ſuperficie in idem medium incidentium eadem ſunt intervalla ſequentium vicium, patet haec intervalla in radio reflexo O n ejuſdem fore magnitudinis, qualis fuiſſent, ſi in puncto O ſubiiſſet hoc idem medium ſub angulo refracto, qui n O B reflexo aequalis eſſet.

LXVII. Atque hinc etiam praecedens confirmatur propoſitio. Etenim ſi poſt aequalia ſpatia O N, O n, & aequalia vicium intervalla decurſa radius, qui ab N ad O progrediens erat in vicium numero impari ſupputatis utique vicibus ab N ad O in progreſſione arithmetica o, 1, 2, 3, &c. atque ex eo factum eſt, ut reflecteretur; cum idem a puncto O ad n ae-

n aequalium vicium aequali numero confecto fuerit in vicibus facilioris tranſmiſſus, neceſſariò ſequitur, ut vices e puncto reſolutionis O in eadem progreſſione ſupputatae ſint vices facilioris tranſmiſſus in quovis numero impari, & facilioris reflexionis in numero pari, ac proinde vices à puncto reflexionis ſupputatae in ordine contrario progrediantur, atque eaedem vices ſupputatae a puncto refractionis.

LXVIII. Sed & haec, & ſuperior propoſitio uberius ex ſequentibus conſtabit, ubi agemus de craſſarum laminarum coloribus. Nunc hujus theoriae fructum uberrimum per ſequentis problematis ſolutionem colligemus.

PROBLEMA II.

Data craſſitudine, & denſitate cujuſvis lamellae pellucidae, & data radiorum incidentium inclinatione invenire colorem.

LXIX. Elegantiſſima conſtructione, & facile jam ex ſupra expoſitis intelligenda hoc problema ſolvit Newtonus. Eam hic proponemus paucis mutatis, pro diverſa acceptione, in qua vicium intervalla ſumimus: tum rationem adjiciemus, qua conſtructioni calculus ſit adhibendus, ut certo definire liceat quis eſſe debeat lamellae color, cujus de[illegible]tas, ſeu potius vis refractiva & altitudo detur, data obliquitate luminis incidentis.

LXX. Super recta G X in Fig. 8. diviſa ea ratione quam diximus, num. XXXIX., erigantur ad ſingula diviſionum puncta G, λ, ι, η, &c. perpendiculares lineae G A, λμ, ικ, ηθ, εζ, γδ, αβ, M F: tum aſſumpto ad arbitrium intervallo quolibet M 1, dividatur linea M F in partes eidem aequales, quae progrediantur ab M ad F in ſerie numerorum naturalium 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. & per omnes diviſiones, in quibus numeri impares occurrunt, ducantur ex X rectae lineae XB, XC, XD, &c. quarum prima occurrat rectis αβ, γδ, εζ, ηθ, ικ, λμ in ν, τ, σ, ρ, ν, π, ſecunda vero rectae ικ in ξ. Erit MX. XG : : M 1. GB, & MX. XG : : M 3. GC, & ſic de reliquis. Et rurſus M X. M 1 : : X ι. ιν, & M X. X ι : : M 3. ιξ & ſic deinceps. Quapropter manifeſto apparet quod ſi recta linea M 1 exprimat illud intervallum, quod ubi fuerit emenſus radius extremus violaceus, poſtquam inciderit ad perpendiculum in datum aliquod medium in M tranſiit à vice maximae facilitatis tranſmiſſionis ad facilitatem maximam reflexionis, erit G B intervallum illud in extremis rubeis, λπ in confinio aurei, & rubei, ιν in confinio aurei & flavi, ηρ in confinio flavi, & viridis, ισ in confinio viridis, & caerulei, γτ in confinio caerulei & indici, αν in confinio indici, & violacei, & denique omnes rectae ad G X normales, & his intermediae exprimunt idem intervallum pro quolibet intermedio cujuſvis generis radio. Idem dicatur de reliquis omnibus ſpatiis ſive facillimi tranſmiſſus, ſive facillimae reflexionis: Nam ſi intervallum M 5 fuerit illud, ubi extremus violaceus tertio redit ad vices facillimi tran-

tranſmiſſus, intervallum G D ſpatium definiet ubi tertio redit ad vices facillimi tranſmiſſus extremus rubeus; & ſi poſt ſpatium emenſum M σ erit jam quartò extremus violaceus in vice facillimi tranſmiſſus, in vice conſimili erit extremus rubeus intervallo G ξ, determinato puncto ξ per concurſum rectae ductae per X & σ cum recta G A & ſic de reliquis; quamvis enim per intervalla vicium paria à puncto X non ſint ductae rectae linae, ne confuſio oriretur in figura, facile tamen eaſdem cogitatione quivis ſupplebit. Sed quoniam, uti in ſuperioribus declaravimus, lumen ab una vice ad aliam non tranſit per ſaltum, ſed per gradus; iterum dividantur ſingula intervalla in duas aequales partes in •, & •, & per ea quoque diviſionum puncta ducantur ex X rectaè X•, X•, quarum interſectiones cum lineis perpendicularibus G A, M F & omnibus intermediis limites definient, in quibus cujuslibet coloris extremi radii, & gradus quilibet colorum inter hos extremos intercepti eſſe incipiant, & deſinant in vicibus facilioris reflexionis, & contra.

LXXI. Hos autem limites praedictae rectae lineae definient aut accurate, aut quamproxime, quia fieri poteſt, ut haec exiguam aliquam patiantur irregularitatem, quaemadmodum diximus de intervallis I' F', F' I" in Fig. 9., quae ſunt illa ipſa, quae hic exhibent intervalla ••. Immo eaedem rectae lineae referent etiam non ſolum limites inter intervalla facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus, ſed etiam limites inter intervalla abſolutae reflexionis, & abſoluti tranſmiſſus, ſi lamella conſtet ex materia ita comparata cum medio circumjacente, ut ex radio appellente ad ſuperficiem dirimentem fere tantundem reflectat, quantum tranſmittit, quod videtur contingere in angulo ad ſuperficiem dirimentem vitrum inferius ab aëre: nam ſi majus ſit denſitatum diſcrimen, vel inclinatio, quo caſu multo major copia reflectitur, & •• exprimere debeat intervallum non facilioris reflexionis, ſed abſolutae reflexionis, •• tranſmiſſus; debebit laxari aliquantum quodvis intervallum ••, contracto quovis ••, contra vero hoc laxari, illud contrahi, ubi mediorum diſcrimen minus ſit, aut inclinatio minor adeoque minor reflexi luminis copia. Et quidem in ipſo vitro cum aëre comparato aliqua ejuſmodi inaequalitas videtur eſſe in ipſis poſterioribus intervallis reſpectu praecedentium, cum latitudines anulorum in prima ſerie per reflexionem non nihil latiores Newtonus deprehenderit, niſi forte cuipiam alteri cauſae idem tribuendum ſit. Una ex ejuſmodi cauſis eſſe poſſet etiam illa, quod uno in caſu plus luminis irregulariter reflecteretur ac refringeretur, quam in alio. Jam enim etiam ſupra num. X. notavimus, quotieſcumque mutatur medium ſemper aliquid luminis irregulariter reflecti, ac refringi quaquaverſum in omnem plagam. Porro eſt admodum probabile id ipſum accidere iis radiis, qui ſunt circa ipſos limites intervalli reflexionis, & refractionis abſolutae. Ut enim a diſpoſitione facilioris reflexionis ad faciliorem tranſmiſſum non tranſitur in quodam puncto per ſaltum, ſed mutatione continua expreſſa per ordinatas ad curvam illam continuam figurae 9, quae ordinatae per omnes magnitudinis gradus decreſcunt motu continuo, ita etiam ubi mediorum inaequalitas, & inclinatio determinat limitem intervalli abſolutae reflexionis,

& ab-

& abſoluti tranſmiſſus ab ingenti numero radiorum regulariter reflexorum, ad ingentem numerum regulariter refractorum tranſitur per omnes illos qui irregulariter reflexi, & refracti omnem intermedium hiatum implent, Natura ubique, quantum poteſt, ſervante continuitatem. Porro fieri poteſt, ut ipſa diſperſi luminis copia in minore craſſitudine major ſit, in majore vero minor.

LXXII. Sed eo omiſſo, poſita ſuperiore conſtructione facile erit colorem definire, quem ſit exhibitura lamella quaevis pellucida, cujus detur profunditas, & vis refringens ad aëris vim refringentem comparata, ſive radii incidant ex data quavis refringente ſuperficie in hoc novum medium ad perpendiculum, ſive in data aliqua obliquitate. Nam definita intervalli ιν magnitudine pro radiis flavo, & aureo colori confinibus in aërem incidentibus ex vitro ad perpendiculum, definitur, ut diximus, pro eodem caſu etiam in reliquis limitibus G B, λπ, κρ &c., & pro quibuslibet intermediis ex ratione, quam habent ad rectam ιX, rectae G X, λX, κX &c. quarum rationem ſequuntur illa intervalla ob triangulorum ſimilitudinem. Ubi autem eadem intervalla vicium definita ſunt in aëre, definiuntur per theor. 4. ejuſque corollarium pro radiis pariter ad perpendiculum incidentibus in quodvis aliud medium, ſi detur ratio ſinus incidentiae ad ſinum refractionis ex aëre in hoc ipſum medium; & demum ex iiſdem datis pro radiis incidentibus ad perpendiculum, dabuntur pro iiſdem incidentibus in idem medium ſub angulo quovis per theor. 2.

LXXIII. Data igitur lamellae profunditate, medii ea concluſi relatione ad medium circumjacens, ac obliquitate radii ingredientis primam lamellae ſuperficiem, inveniatur in ea numerus vicium, quam ſubit radius extremus violaceus ad poſteriorem ejus ſuperficiem appellens, & ex eo numero definiatur rectae M F ſegmentum M φ' eidem lamellae craſſitudini reſpondens. Tum applicetur ad punctum φ' regula in ſitu ad rectam G X parallelo, & notentur puncta f, b, d, e, g, h, i, in quibus norma interſecat rectas normales G A, λμ, κι, πθ, εζ, γδ, αβ, & reliquas colorum limitibus reſpondentes; quarum enim interſectiones cum ipſa norma jacebunt intra limites facilioris reflexionis οο, ωω (ſumptis hiſce rectis ordine, quo ab M G receditur) eae docebunt coloris ſibi correſpondentis radios reflecti copioſius, quam reliquos, eoque copioſius, quo & minus abſunt à maximae facilitatis limite per numerum imparem tranſeunte, & ſegmentum quodvis rectae f φ' interceptum ipſis οο, ωω eodem ordine acceptis oſtendet, quae quorum colorum quantitas reflecti debeat. Eadem ratione ſegmenta ejuſdem rectae f φ' contenta inter rectas ωω, οο eodem ordine aſſumptas oſtendent, quae quorum colorum copia tranſmitti debeat; & ex reſolutione problematis propoſiti num. XX. quo data colorum permixtorum quantitate, invenitur color compoſitus inde ortus, determinari poterit, quinam futurus ſit datae lamellae color, ſive lumine inſpiciatur reflexo, ſive tranſmiſſo. Sic in caſu, quem hic figura exprimit, tranſmittitur totum lumen rubeum, tractu f b, & totum aureum tractu b d, una cum flavi parte exigua propè limitem d tractus d e, totum item indicum tractu h i, & violaceum tractu i φ; reflecti totos caeruleum, ac viridem per

tra-

Digitized by Google

tractum g h, c g, ac totum ferè flavum per d c. Unde ex ipſa eorum ſegmentorum conſideratione deducitur debere in lumine reflexo praevalere maximè radios virides, ac deinceps caeruleos, & flavos, in tranſmiſſo verò rubeos, & violaceos, ac deinceps aureos & indicos. Ex illis color orietur procul dubio viridis, ex his rubeus nonnihil in purpuram convergens.

LXXIV. Atque horum quidem aliquanto magis accurata determinatio calculum poſcit. Sed antequam doceamus quomodo conſtructioni is ſit adhibendus, ad Theoriae utilitatem, & elegantiam melius dignoſcendam, juvat unum ex ſimplicioribus colorum phaenomenis ad ejuſmodi exiles lamellas pertinentibus ex Newtono exponere, cujus rationem ſine his reddere omnino eſſet impoſſibile, ex his autem facillime quivis intelliget.

LXXV. Duo ille cepit objectiva vitra, alterum plano-convexum ad teleſcopium 14 pedum, alterum utrinque convexum ad teleſcopium pedum circiter 50. Cum planam alterius ſuperficiem huic impoſuiſſet, lenta manu eadem ad invicem comprimebat, & comprimendo notabat colores alios aliis ſuccedere ad inſtar circulorum centrum habentium in puncto contactus, aut quod vulgò putatur contactus punctum. Cur hanc exceptionem adhibeamus, ex ſuperioris diei diſputatione facile intelligitur, & haec ipſa phoenomena mox declarabunt. Nunc ratio, qua ſibi colores ejuſmodi ſuccedebant in centro, erat ejuſmodi. Ubi primum ex vitrorum compreſſione rotunda macula in eo puncto centrum habens ſe videndam dediſſet, ea per auctam preſſionem non ita novo ſuborienti colori paulatim cedebat locum, ut evaneſceret, ſed in orbem ſe perpetuo diffundens, ubi ille tantus erat ut in oculum incurreret, tum demum in anulum abibat huic novo colori circumjectum. Continuata preſſione dilatabat ſeſe & iſte anulus & ille color anulo incluſus, donec tertius color in centro emergeret, & jam ſecundus quoque in anulum abiret novae maculae & priori anulo interjectum. Atque ita porro continuata preſſione tertius, quartus, & alii plures novi colores in centro emergebant, continuo ſeſe explicantibus in majoris diametri anulos coloribus, qui prius emerſerant, quamvis eorum latitudo continuo magis contraheretur: donec in ipſo centro, non jam color aliquis, ſed macula appareret pellucida, quae nigra etiam intuenti videbatur propterea, quod cum ex partibus circumjectis plurimi radii reflecterentur, inde ferè omnes trajiciebantur. Hinc ſi quis e contrario vitra tranſpiceret, albam ibidem maculam pro nigra conſpiciebat, & objecta, quibus vitra interponebantur diſtincte poterat per eamdem intueri, cum per alias partes, quae anulis coloratis reſpondebant, non poſſet.

LXXVI. Ordine inverſo redibant ad centrum colores cum pauliſper preſſio remitteretur. Deficiente enim macula nigra, ejus locum ſubibat intimus anulus in maculam abiens rotundam continuam, & eodem ferme colore ab extima uſque peripheria ad centrum. Imminuta adhuc preſſione contrahebat ſeſe & iſta macula, & anulorum ſequentium diametri donec & illa evaneſceret, & horum intimus ipſius locum occuparet; atque ita porrò, ut quiſque color poſterior reliquis è centro emerſerat, & anulum eſ-

Digitized by Google

efformaverat interiorem, cum vitrorum augeretur compreſſio, ita nunc prior ad centrum redibat cum preſſio minueretur.

LXXVII. Quinam fuerit colorum ſibi invicem ſuccedentium ordo, facilius dignoſcebatur in hoc caſu, cum paullatim contracti redibant ad centrum ob auctam intervallorum magnitudinem, quam cum ob eamdem imminutam e centro emergerent. Cum autem macula nigra circa punctum contactus ſeſe diffunderet tales erant circa eamdem colorum ſeries. Maculae in centro nigrae proximè ſucceſſerunt in prima ſerie colores caeruleus, albus, flavus, rubeus; in ſecunda violaceus, caeruleus, viridis, flavus, & rubeus; in tertia purpureus, caeruleus, viridis, flavus, rubeus; in quarta viridis, rubeus; in quinta caeruleus virideſcens, & rubeus; in ſexta caeruleus virideſcens, & rubeus palleſcens. In ſeptima caeruleus virideſcens, & albus rubeſcens. Et hi quidem colores lumine reflexo conſpiciebantur. At ubi quis eadem vitra lumine tranſmiſſo aſpiciebat, colori nigro albus reſpondebat in prima ſerie, caeruleo rubeus flaveſcens, albo niger, flavo violaceus, rubeo caeruleus, violaceo albus; in ſecunda ſerie caeruleo rubeus ſuberat, viridi, & flavo violaceus, rubeo caeruleus, atque ita porrò.

LXXVIII. Nec tamen eadem erat colorum eorumdem, in quacumque ſerie occurrerent, ſpecies, aut amplitudo. Violaceus in prima ſerie diſcerni omnino non potuit, & caeruleus erat adeo exiguus, ut facile in experimentis alia ratione inſtitutis deliteſcere potuerit. At flavus, & rubeus ſatis erant copioſi, & tantumdem ſpatii occupare videbantur, quam albus, quadruplum nempè, aut ferè quintuplum illius, quod caeruleus occupabat. Verum in ſecunda ſerie omnes colores erant ſatis vividi (excepto viridi, qui & perexiguus erat, & multo etiam languidior, dilutiorque videbatur) & ſpatium occupabant caeruleus majus, quam violaceus, flavus majus, quam caeruleus, rubeus majus, quam flavus. In tertia ſerie purpureus nitidius fulgebat, quam violaceus in praecedenti, at viridis multò erat magis, quam antea floridus, & conſpicuus nulli cedens colori reliquorum, excepto flavo, qui omnibus praeſtabat, cum rubeus contra languidior eſſet, & in purpuram convergeret. Quarta ſeries non alios ſpectandos intuenti dabat colores, quàm viridem, & rubeum: viridis copioſus erat admodum, atque floridus accedens ad caeruleum ex altera parte, ad flavum ex altera; at rubeus valde erat imperfectus, & nubilus. Quae his demùm ſuccedebant ſeries alios non habebant colores, quam medium inter viridem, & caeruleum, & rubeum; ſed tùm rubeus color, tum ille inter viridem, & caeruleum medius continuo fiebant dilutiores, donec poſt ſeptimam, aut octavam ſeriem planè in ipſam albedinem abirent: Haec totidem penè verbis ex Newtono retulimus, ut jucundius paulo poſt intelligatur, haec omnia neceſſariò conſequi ex vicium natura expoſita.

LXXIX. Jam manifeſtum eſt eos colores exinde ortos eſſe, quod pro variâ aëris inter haec vitra intercepti profunditate, alii aliis copioſiùs radii trajicerentur, vel reflecterentur, neque enim aliâ causâ fieri potuit, ut pro varia vitrorum compreſſione, alii poſt alios è centro emergerent, & ab eodem recederent, vel è contrario ad centrum accederent, & in ip-

ipſum denique confluerent, quam quod ea compreſſione aucta minuebatur propè contactum altitudo aëris illa, qua fiebat ut certi generis radii copioſiùs reflecterentur, & ad loca transferebatur ab eo puncto remotiora; & quod eâdem compreſſione imminuta, augebatur ubique aëris profunditas, ut jam ea eſſet in locis contactui proximioribus, & in ipſo contactu, quae fuerant in remotioribus, ac proinde qui in his radii reflectebantur, ii jam inciperent in illis reflecti. Sed & illud ex his manifeſtò conſtat, quod propoſitam in ſuperioris diei diſputatione Theoriam mirifice confirmet: vitra non ſe contingere accuratè, ne tunc quidem cum ſe maximè videntur contingere. Nam ubi alterum alteri ſuperpoſitum eſſet non continuò macula nigra exorta eſt in centro (uti tamen oportebat ſi ſe contigiſſent in uno quidem puncto accuratè, in aliis verò circumpoſitis quamproximè) ſed color aliquis, qui denotaret aëris lamellam vitris fuiſſe in eodem loco interjectam: & rurſus cum ea vitra comprimerentur, ut videlicet ſe jam contingerent in pluribus punctis quemadmodum vulgo creditur, ne tunc quidem macula nigra exorta eſt, vel dilatata, ſed alii poſt alios colores per plures vices emerſerunt, ut manifeſtum ſit ea compreſſione nihil aliud tum eſſe factum, quam ut aëris intercepti craſſitudo minueretur. Imò cum ad hoc, ut mutatio medii inutilis fiat ad habendam reflexionem non requiratur, ut nulla ſit, ſed ſatis ſit, ut ultra certos limites, ac dimenſiones minuatur ejus novi medii profunditas, ne tunc quidem neceſſè fuit, ut ſe vitra contingerent cum macula nigerrima in anulorum centro apparebat.

LXXX. Sed ut id, quod hoc loco propoſitum nobis eſt, proſequamur, hunc eſſè debuiſſe colorum ſibi mutuo ſuccedentium ordinem facile intelligetur ex ſola fermè inſpectione Figurae 8, ſi normam quis conſideret, quae in ſitu ſibi ſemper parallelo transferatur a recta G X motu continuo verſus A, & F, ſpatia enim inter ipſum normae latus, & rectam eidem parallelam G X intercepta ut expriment continua incrementa lamellae aëris inter vitra interceptae, ita & colores deſignabunt, qui vices alternatim ſubibunt facilioris reflexionis, vel facilioris tranſmiſſus, & ex his conſtabit talem compoſitionem emergere in reflexo, aut tranſmiſſo lumine, qualem praedictus ordo requirebat.

LXXXI. Nam primò quidem quamdiù norma primum punctum • ipſi M proximum non attigerit, nulli ſunt radii, qui quam habebant in M G ad tranſmiſſum facilitatem mutaverint in oppoſitam diſpoſitionem, cum nondum ipſi violacei tantum in novo medio ſpatium confecerint, quantum ad immutandam ipſorum vicem requiritur. Itaque cum omnes in ea ſint diſpoſitione, in qua cum eſſènt in limite G M, potius tranſmiſſi ſunt, quam reflexi, idem per totum intervallum M • continget, & ſi majorem non habeat lamella pellucida profunditatem, nullam lucem, quae ſenſu quidem percipi poſſit reflectet, & nigra videbitur, ſeu potius perfecte diaphana. Verùm cum a reflexione nulla ad aliquam ſenſibilem tranſitus non fiat niſi per omnes gradus intermedios, hinc ante aliquam reflexionem, quae lumen ſenſibile exhibeat, reflexiones fient ejuſmodi, quae non luminis, ſed nigredinis, minus tamen obſcurae, & atrae ideam exciteut. Quamobrem varii

 iti-

itidem habebuntur nigredinis gradus. Summa nigredo erit in minima craſſitudine prope M, quae aucta craſſitudine ipſa dilutior aliquanto evadet, ac ultra ipſum intervallum M •, donec ad ſenſibile lumen deveniatur, habebitur quaedam nigredo ſenſim languidior. Sic etiam in iis bullis, quas Pueri ſolent educere ex aqua craſſiore per fiſtulam, & in qua, dum ſenſim illa velut cuticula per aquae defluxum attenuatur, eaedem colorum ſeries emergunt; in ſummo vertice, ubi ſumma habetur tenuitas, macula apparet nigra, intra quam tamen aliae nigriores adhuc maculae diſperſae conſpiciuntur, ubi nimirum cuticula, ſive lamella aquae aliquanto tenuior adhuc pauciores radios reflectit.

LXXXII. Quamvis autem ultra punctum • progrediente norma jam violacei eſſe incipiant in limite facilioris reflexionis, tamen ob exiguam inclinationem rectae • • ad M F non prius attinget norma limitem illum ubi eorum reflexio ſenſibilis eſſe incipiat, quam & indici ſimul, & caerulei, & virides, & ex flavis plurimi eaſdem vices ſubeant, ex quorum compoſitione color caeruleus obtinebitur. Erit quidem aliqua in his ſucceſſio, ſed adeo celer, ut unus intermedius color ſentiatur, & hic ipſe evaneſcet poſt admodum exiguum intervallum, cum rubeis etiam, & aureis accedentibus, nec tamen adhuc decedentibus reliquis, albedo incipiat obtineri. Haec maxima erit, ubi norma rectam • θ interſecet in ρ, cum ibi maxima ſit ad reflexionem facilitas in radiis intermediis, qui tamen cum reliquis omnibus commixti eſſe debent tota norma inter rectas • •, • • demerſa, deinde vero albedo minuetur fere per eoſdem gradus, per quos antea creverat, donec primum punctum • rectae M F praetergreſſa norma jam aliquos colores in limite facilioris traſmiſſus relinquat. Exinde enim aliis poſt alios radiis decedentibus oritur iterum colorum ſucceſſio, ſed magis, quàm antea diſtincta ob majorem inclinationem, rectae • •, quàm • • ad rectam M F.

LXXXIII. Ac primo quidem ſublatis radiis violaceis, & indicis, necnon aliquibus caeruleis, tranſitus fiet ab albedine ſubobſcura, & nubila ad colorem flavum; deinde ſublatis quoque viridibus aureus emerget; ac demum & flavis, & aureis paulatim ſublatis rubeus. Hinc facilè apparet violaceum, & viridem colorem in prima hac colorum ſerie idcirco ſe videndos non dare, quod nuſquam ſint in ſatis ſenſibili reflexionis limite, quin ſecum alios habeant, ex quorum compoſitione in ſui diſſimilem colorem degenerent. Idem intelligendum de indico, & partim etiam de aureo, quorum uterque in ſibi affines caeruleum, & flavum tam cito migrant, ut ne in ſequentibus quidem ſeriebus ab illis ſatis diſcerni poſſint.

LXXXIV. At in ſecunda ſerie, ob auctam magis inclinationem rectarum • •, • •, intercipiet norma totum lumen violaceum in ſatis forti reflexionis limite antequam, vel totum indicum ad vicem reflexionis redierit, eademque ita haerebit in viridi, ut limitem inveniat, in quo color iſte a confinibus non obruatur. Aderunt ergo in hac ſerie hi colores etiam, qui aberant a praecedenti; ſed quoniam extrema rubei pars perſiſtet in reflexionis limite cum tertiae ſeriei violaceum incipiet reflecti. Rubeus ſecundae color in coccineum deſinet, & violaceus tertiae migrabit in purpuram.

Ob

LXXXV. Ob eamdem rationem deerit in quarta praeter violaceum etiam caeruleus, qui nonniſi viridi commixtus apparebit, & continuando motum normae, ubi jam craſſitudo, & rectarum • •, • • inclinatio ſatis excreverint, planum fiet ex omni demum radiorum genere aliquos eſſe, qui reflectantur, aliquos, qui tranſmittantur, ut omnis demum color evaneſcere debeat in albedinem.

LXXXVI. Quae de coloribus a lumine reflexo exhibitis dicta ſunt, ad eos facile transferuntur, qui tranſmiſſo lumine apparent ordine contrario, ut patet. At ſi haec accuratius definire quis velit calculum conſtructioni adhibebit hoc pacto.

LXXXVII. Datam in primis lamellae pellucidae profunditatem oportet dividere per quantitatem, quae uni vicium intervallo in extremis violaceis reſpondeat. Si diviſio obvenerit accurata, definet lamella in eam altitudinem, in qua violacei extremi ſint in alterutrius diſpoſitionis limite maximo, reflexionis nempe aut refractionis, prout quotus fuerit numerus par aut impar. At ſi diviſio non fuerit accurata, tum quotus integer dabit ut prius alterutrius diſpoſitionis limitem maximum, quem proxime ſubeunt radii antequam lamellae fundum attingant, & reſiduum oſtendet ſimul & quid illi ſit adjiciendum, & utrum id, quod adjicitur, lumen transferat ad initium diſpoſitionis oppoſitae, necne. Hoc pacto habebitur altitudo rectae M φ', quae datae lamellae profunditati in conſtructione reſpondet, ex his autem datis facile invenietur, quota radiorum cujuſvis generis pars ſit in limite reflexionis vel tranſmiſſus, ubi lamellae alteram ſuperficiem attigerint, & exinde quis debeat ex illorum compoſitione color in utroque lumine obtineri. Nam ſi ex. gr. ejus diviſionis quotus integer ſit 6, & id, quod ex ea diviſione ſuperfuit dimidio intervallo unius vicis minus extiterit, cadet punctum φ' in intervallum facilioris tranſmiſſus ſextum, & ſupra limitem maximae facilitatis, non tamen adeò, ut initium • intervalli ſeptimi attigerit, eritque ipſius ſegmentum 6 φ' illa quantitas, quae erat ex facta diviſione reſidua. Huic addendo dimidium unius intervalli • 6 habebitur ſegmentum • φ' interceptum inter punctum • proximum citra φ', & ipſum punctum φ', adeoque & reſiduum • M ab illo • proximo computatum, & eodem pacto, addito uno intervallo • • ipſi φ' •, habebitur φ' • & M •, aſſumpto • inter 4 & 5, tum addito altero intervallo • • ipſi φ' •, habebitur pariter φ' • & M •, aſſumpto • inter 4 & 3, & ſic deinceps. His autem datis, ſi jam ducatur recta f φ' rectae G M parallela, cui quaevis recta • • vel • • occurrat in m'; erit ob ſimilitudinem triangulorum ut φ' • vel φ' • ad M •, vel M •, ita X M ad φ' m', & cum in his proportionibus dentur tres priores termini, innoteſcet ſemper & quartus, adeoque & quaevis φ' m', quae quidem nova ſemper quaerenda erit, donec aliqua occurrat major data M G, id quod hic accideret tertiae φ' m' determinatae a ſecunda • •. Demum inventae rectae φ' m' comparandae erunt cum ſegmentis φ' i, φ' h, φ' g, φ' e, φ' d, φ' b φ' f, ſive eorum aequalibus M α, M γ, M ι, M •, M ι, M λ, M G pertinentibus ad finem coloris violacei, indici, caerulei, viridis, flavi, aurei, & rubei, & ex ea comparatione rite inſtituta innoteſcet, quae colorum ſpe-

cies

cies, & quota in ſingulis ſpeciebus quantitas ſit in vice facilioris reflexionis, aut in oppoſita. Res exemplo patebit magis.

LXXXVIII. Detur lamellae profunditas, quae contineat $35 \frac{2}{7}$ earum partium, quarum quatuor continentur in ſingulis intervallis unius vicis extremi violacei, & quaeratur, quinam futurus ſit illius color reflexo lumine. Quoniam datus numerus per 4 dividi accurate non poteſt, ejus quotus integer 8 denotabit extremos violaceos ad finem ejus ſpatii delatos ultimò fuiſſe in maxima ad tranſmiſſum facilitate, & reſiduum $3 \frac{2}{7}$ ſpatium deſignabit ultra eum limitem decurſum; quod quoniam excedit dimidium intervallum unius vicis, manifeſtum hinc eſt rediiſſe jam aliquos ex violaceis ad aliquam reflexionis facilitatem. Cadit ergo punctum ρ ſupra punctum α vicis nonae paulo infra limitem ejus vicis maximum 9, & eſt $M\alpha = 34$, $\alpha\rho'' = 1 \frac{2}{7} = \frac{9}{7}$. Et quoniam $M\alpha . \alpha\rho'' :: MX (6300) . \rho'' m''$, invenietur $\rho'' m'' = 238$. Jam vero in appoſita tabella numeri habentur, quibus exprimuntur colorum amplitudines in ſegmentis rectae G M, & earumdem ſummae progrediendo ab M verſus G, poſita nempe $GX = 10000$, & auferendo a quovis proximè praecedenti G X, λ X &c. ſegmentum ſequens λ X, ε X &c.

T A B U L A III.

Amplitudines colorum in segmentis rectae G M Fig. 8.					
Violaceus	$\alpha M =$	514	Summae:	$\alpha M =$	514
Indicus	$\alpha\gamma =$	300		$M\gamma =$	814
Caeruleus	$\gamma\iota =$	517		$M\iota =$	1331
Viridis	$\iota\eta =$	624		$M\eta =$	1955
Flavus	$\eta\varepsilon =$	600		$M\varepsilon =$	2555
Aureus	$\varepsilon\lambda =$	388		$M\lambda =$	2943
Rubeus	$\lambda G =$	757		$MG =$	3700

Itaque ſi comparetur recta inventa $\rho'' m''$ cum horum ſegmentorum ſumma proximè majori, vel minori, invenientur aliqui ex violaceis adhuc abeſſe a nova reflectendi facilitate, eamque ſubiiſſe tantum 238 ex 514. Adjiciatur jam ſegmento $\alpha\rho'' = \frac{9}{7}$ ſegmentum proximè ſequens αα aequale unius vicis intervallo integro, idemque adimatur ſegmento praecedenti Mα: erit ut antea $M\alpha (30) . \alpha\rho'' (\frac{37}{7}) :: MX . \rho'' m' = 1110$. Auferatur hinc proximè minor ſumma 814, & reſiduum oſtendet eſſe in vice octava facilioris tranſmiſſus, praeter partem reſiduam Luminis violacei, & totum indicum, partes 296 ex 517 caerulei, perſtare autem in vice facilioris reflexionis ſeptima 221 ex 517 caeruleis. Simili ratione ſi fiat $M\alpha (26) . \alpha\rho'' (\frac{65}{7}) :: MX . \rho'' m'$, invenietur tertia $\rho'' m' = 2250$, &

hinc

hinc auferendo ſummam proximè minorem ν M $= 1955$, reſiduum oſtendet praeter caeruleos praedictos, & omnes virides, in ſeptima facilioris reflexionis vice adhuc perſeverare 295 ex 600 flavis. At ſi ad habendam quartam $\rho'' m''$ ſimilis inſtauretur operatio, invenietur haec 3805 earum partium, quarum 3700 tantùm continentur in recta GM: unde haec nova $\rho'' m''$ non occurrit rectae $\omega\omega$ pertinenti ad vicem quintam facilioris reflexionis niſi extra rectas M F, G A, & in ipſo appulſu ad poſteriorem datae lamellae ſuperficiem praeter reſiduos flavos erunt in vice facilioris tranſmiſſus omnes aurei, & rubei. Radii ergo, qui erunt ibidem in vice facilioris reflexionis, ſunt $\frac{238}{514}$ violacei, $\frac{221}{517}$ caerulei, $\frac{1}{6}$ virides, $\frac{295}{600}$ flavi.

LXXXIX. Et hae quidem eſſent verae quantitates radiorum ad hos colores pertinentium, ſi radius albus in colores diſtractus quantitatem Luminis in ſingulis coloribus haberet proportionalem rectis Mα, $\alpha\gamma$ &c. hujus figurae 8. At ea quantitas ſequitur longe aliam rationem, illam nimirum expreſſam in Fig. 3., ubi in ſpectro ſolari amplitudines colorum violacei, indici, caerulei, viridis, flavi, aurei, & rubei ſunt, ut $\frac{2}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{15}, \frac{3}{40}, \frac{1}{8}$, in qua ratione & circulum Fig. 4. diviſimus. Ut igitur eas quantitates Luminis reflexi ad verae propiorem rationem reducamus, conſiderabimus etiam in fig. 8. radios ſingulorum colorum, ut aequabiliter ibi diſtributos, ut adeo ratio totius Luminis cujuſcumque coloris ad partem reflexam ſit ea, quae per inventas fractiones exprimitur. Hinc ut reducantur ad communem illam aequabilem menſuram eae Luminis quantitates fiat, ut 514, totum Lumen violaceum aequabiliter diſtributum in fig.8. ad 238, partem ejuſdem reflexam, ita $\frac{2}{9}$, valor ipſius violacei in aequabili diſtributione fig. 3. vel circuli, ad quantitatem Luminis reflexi correctam, quae obveniet $\frac{238}{514} \times \frac{2}{9}$. Eodem pacto in reliquis procedendo erunt verae quantitates Luminis reflexi violacei, caerulei, viridis, flavi $\frac{238}{514} \times \frac{2}{9}, \frac{221}{517} \times \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{295}{600} \times \frac{2}{15}$, ſeu reſpectivè ut $\frac{1}{10}, \frac{1}{14}, \frac{1}{6}, \frac{1}{15}$, & ſumma Luminis reflexi erit quam proximè ad totum lumen, ex quo albedo obtineretur, ut $\frac{3}{7}$ ad 1.

XC. His ita praeparatis, licebit jam colorem ex his compoſitum definire per problema ſolutum num. XX., concipiendo hos numeros in illis gravitatum centris fig. 4., & inveſtigando poſitionem communis centri gravitatis Z, ſeu locum puncti Y radii O Z Y, quo determinatur coloris compoſiti genus, & diſtantiam O Z, a qua pendet ipſius intenſitas. Oportebit nempe numeros praedictos ducere in diſtantias perpendiculares centrorum ſibi correſpondentium tum a recta F φ, tum a recta $\pi\xi$, & ſummas

mas productorum jacentium ex altera parte ſubtrahere a ſummis jacentium ex altera ; reſidua enim per Luminis ſummam diviſa geminas dabunt diſtantias centri quaeſiti ab iiſdem rectis. Invenietur autem poſito calculo pro diſtantiis ab F φ ſumma productorum verſus ξ = 578, verſus π = 1478, quorum differentia 900 diviſa per $\frac{3}{7}$ dabit diſtantiam puncti Z à recta, F φ verſus π = 2100 : & ſimiliter pro diſtantiis a recta π ξ ſumma productorum verſus F = 1969, & verſus φ = 865, quorum differentia 1104 diviſa per eamdem ſummam $\frac{3}{7}$, dabit diſtantiam ejuſdem puncti Z à recta ξ π verſus F = 2576. Sumatur ergo in diametro π ξ verſus π recta O I' = 3100, & in diametro F φ verſus F recta O P' = 2576, & completo rectangulo I' O P' Z' habebitur centrum quaeſitum Z, & ductâ rectâ O Z' Y' facilè invenietur tam ſitus puncti Y' deſignantis colorem, quàm diſtantia O Z deſignans intenſitatem. Cum ſit enim O P' ad P' Z, ut radius ad tangentem P' O Z' ſive F O Y', invenietur ipſe angulus, adeoque & arcus F Y' = 39.° 11, cumque totus arcus F G pertinens ad colorem viridem ſit 60°, & ejus dimidium 30°, cadet Y' in colorem viridem, & ab ejus medio diſtabit minus quam 10. gradibus. Unde color erit viridis nonnihil deflectens in caeruleum, quamvis, ut ex mox dicendis conſtabit, pro abſolutè viridi haberi poſſit. Demum ſi fiat ut ſinus anguli P' O Z' ad radium ita P' Z' ad O Z', invenietur haec 3324 earum partium, quarum radius continet 10000, ex quo conſtabit rectam Z O minorem eſſe dimidio radio, & colorem viridem, qui in reflexo lumine praevalebit, aliquanto dilutiorem futurum.

XCI. Hoc artificio conſtructa eſt tabula ſequens, in qua diſpoſitae ſunt lamellarum profunditates eae, quibus quiſque color reflexo lumine in ſingulis ſeriebus aut maxime floridus exhibetur, aut proxime talis, radiis incidentibus ad perpendiculum. Numeri, quibus eae profunditates deſignantur in prima columna, habent pro unitate quartam partem unius intervalli vicium in extremis violaceis. Hoc quantum ſit in aëre conſtat ex dimenſionibus captis in intervallo vicium pro radiis in confinio flavi & aurei, quod eſſe invenimus $\frac{1}{178000}$ partis unius unciae ; & cum ſit in Fig. 8. ut ι X (8855) ad ι ι $(\frac{1}{178000})$ ita M X (6300) ad M ι ; erit ibidem intervallum unius vicis in extremis violaceis $= \frac{1}{250189}$, & quarta ipſius pars $= \frac{1}{1000756}$, ſeu fere pars unius unciae millioneſima. Et quoniam intervalla vicium in iiſdem radiis incidentibus ad perpendiculum in duo diverſa media ſunt inter ſe, ut ſinus incidentiae ad ſinum refractionis e primo medio in ſecundum ; poſita ratione eorum ſinuum ex aëre in aquam ut 5 ad 3, & ex aëre in vitrum, ut 31 ad 20, qualis eſt quamproximè, ut habeantur eaedem profunditates in aqua, & vitro non alia re opus eſt, quàm ut numeri pro aëre ſemel definiti ducantur in $\frac{3}{4}$ & in $\frac{20}{31}$.

Sc-

Digitized by Google

XCII. Secunda columna exhibet motum puncti Y in fig. 4. progrediendo ab initio violacei C verſus indicum. Quod ſi enim gradus & minuta ibi appoſita comparentur cum colorum limitibus ab eodem initio ſupputatis, & in adjecta tabella 5. deſcriptis, hinc intelligetur, quàm proximè accedat punctum Y ad centrum gravitatis cujuſvis arcus dato cuipiam colori reſpondentis, atque inde coloris emergentis qualitas. Sic quoniam quarto colori in prima ſerie reſpondet in 2.ª columna prioris tabulae arcus gr. 88. min. 27; & in poſteriori tabula indicus habetur color a gradibus 80 ad 120; conſtat eum colorem debere eſſe indicum, licet ad violaceum accedat propius, quam ad caeruleum. Maluimus autem retinere eas craſſitudines primae columnae, quae hoſce graduum numeros exhiberent, licet ipſi numeri non cadant in ipſos medios colorum arcus; quam illas alias lamellae profunditates ſcrupuloſius inquirere, quae id ipſum praeſtarent immani ſane laboris acceſſione. Ea res vix eſſet alicujus utilitatis, cum id, quod potiſſimum hic quaeritur, ſit ex Theoria tradita illam colorum ſucceſſionem definire, quae in ipſis experimentis deprehenditur cum his circumſtantiis, quae ſenſuum indicio deprehendi poſſunt. Quod ſi quis adhuc eam profunditatem requirat, ex qua talis radiorum compoſitio reſultet ut punctum Y figurae 4. cadat in medium cujuſvis coloris arcum, id quidem problema directè tentatum eſt admodum ſublime, atque arduum, per attentationem autem paucis poſitionibus adhibitis juxta regulam falſae poſitionis quantumlibet accuratè definiri poſſet. Neque enim alia re opus eſſet, niſi profunditatem paullo majorem, vel minorem aſſumere, quam quae exhibetur in tabula. Sic cum violaceus in ſecunda ſerie a lamella exhibitus partium 11. 16 declinet a medio violaceo verſus indicum, aſſumpta craſſitudine paullo minore, & falſae poſitionis calculo inſtituto, facile demum deprehendetur in craſſitudine 10. 8 rem ſuccedere, ſolis violaceis ibi in vice reflexionis manentibus. Sed notandum eſt ipſi colori violaceo plus ferme obfuturum in hoc caſu, quod longius abeſſet à maximae facilitatis limite, quam quod ab indicorum conſortio eximeretur.

XCIII. Tertia columna exhibet magnitudines rectae O Z in ſingulis caſibus & in iis partibus, quarum in radio ſunt 10000. Diximus jam ſupra, coloris intenſitatem hujus lineae magnitudinibus proportionalem eſſe. Cum illa ſit = o, color albus ſit, & quo major illa eſt, eo is magis ab albedine diſcedit; unde quantitates ejuſdem rectae cum radio comparatae indicant cujuſvis coloris intenſitatem.

XCIV. Quarta demum columna colorum continet nomina, in quibus haec ſunt notanda. Primò in tertia & quarta ſerie, quibuſdam coloribus aſteriſcum appoſuimus, id in caſibus uſurpavimus in quibus recta φ f in fig. 8. bifariam ſecat limitem maximae ad reflectendum facilitatis ejus radiorum generis, quod in lumine reflexo praevaleat. Cum id contingit peculiaris eſt ratio cur eam lamellae profunditatem illi etiam praeferamus, in qua recta O Y figurae 4 arcum coloris bifariam divideret. Etenim ejus coloris radii partim ſunt in limite facilitatis maximae ad reflectendum, partim ab eo minus utrinque diſtant, quam reliqui; unde in lumine reflexo praevaleant neceſſe eſt etiam ex hoc capite, cujus nulla habetur in

ſupputatione ratio , cum tantum coloris quantitas aeſtimetur ex ſegmentis rectarum φ f figurae 8 inter lineas αα, ιι interceptis, ſive illae interſecent limitem maximum intermedium, ſive ejus occurſum declinent. Id Newtonum quoque in hac re ſequutum eſſe arbitramur . Nam ejus numeros lamellarum craſſitudines exponentes , ut plerumque alibi , ita etiam in tertia ſerie retinuimus omninò, in qua tales illae ſunt , ut interſectio rectae φ f figurae 8 cùm limite maximae ad reflectendum facilitatis bifariam dividat eorum colorum, quibus eſt aſteriſcus appoſitus, amplitudinem: nec fieri poſſe videtur ut ſorte quadam contigerit in inſtituta ab eodem circuli partitione ibi conſtanter talem obveniſſe rectae O Y figurae 4. poſitionem , ut coloris correſpondentis arcum bifariam divideret . Utcumque tamen ſit, hac exceptione uſi non ſumus, quoties punctum Y in arcum caderet alteri colori reſpondentem . Sic in ſecunda ſerie , ubi aëris lamellae profunditas erat 17. 22 , tranſibat recta φ f fig. 8. per rectam 3 C ita, ut punctum interſectionis amplitudinem aurei coloris λι bifariam divideret ; nihilo tamen minus cum punctum Y fig. 4. caderet intra arcum F E , noluimus eam craſſitudinem aureo colori deputare, ſed quaeſivimus aliam profunditatem 18.33, in qua punctum Y caderet ferme in medium arcus D E aureo colori correſpondentis : Illud pariter in prima ſerie notandum eſſe arbitramur in hoc genere , quòd ſi aeſtimetur coloris rubei intenſitas ex magnitudine rectae O Z fig. 4. per calculum erutae, videbitur ibi color rubeus magis floridus eſſe debere , quam in ſeriebus ſequentibus , cum punctum Z cadat in ipſum centrum gravitatis arcus C D. nihilo tamen minus multum de ipſius vi detrahit, quod ſe videndum non exhibeat ſeorſim a reliquis radiis , niſi ubi eſt a maxima facilitate remotior prope limites: neque enim alia de cauſa factum eſt, ut punctum Z caderet in centrum gravitatis arcus C D , niſi quòd quaeſitus eſt is color , ubi tanta erat lamellae craſſitudo , ut ſoli rubei in vice facilioris reflexionis prima perſiſterent . Cavendum enim eſt ſemper prope maximam facilitatem plurimum Luminis reflecti ; ut etiam cavendum eſt illud , colores aliquanto dilutiores reddi ab admixtione radiorum , qui in utraque ſuperioris vitri ſuperficie reflectuntur.

TA-

Digitized by Google

TABULA IV.

Exilium lamellarum colores Lumine reflexo exhibiti pro varia ipſarum profunditate in iis partibus, quarum quatuor continentur in ſingulis intervallis vicium violacei extremi.			
Altitudo Lamellarum	Motus puncti Y ab initio Violacei arcus verſus Indicum	Magnitudines rectae O Z in fig. 4. pro radio 10000.	Colores
0. 5	00°. 00′	0000	Nigerrimus
1. 0	00. 00	0000	Niger
2. 0	00. 00	0000	Nigreſcens
2. 4	88. 27	5784	Indicus
2. 8	141. 52	2417	Caeruleus
5. 25	000. 00	0000	Albus
7. 11	261. 23	5336	Flavus
8.	304. 22	2507	Aureus
9.	337. 30	9748	Rubeus
11. 16	56. 7	7664	Violaceus
12. 43	98. 28	5368	Indicus
12. 83	111. 48	4456	Indic. Subcaerul.
14.	143. 34	2412	Caeruleus
15. 12	204. 23	3481	Viridis
16. 3	250. 00	6151	Flavus ſubvirid.
16. 6	262. 00	6524	Flavus
17. 22	275. 2	6480	Fl. in aureum vergens
18. 33	299. 49	8288	Aureus
18. 86	337. 40	6621	Rubeus
19. 33	355. 4	6670	Coccineus
19. 66	8. 39	6760	Purpureus
21.	57. 26	5761	Viol. in purp. vergens
22. 1	99. 46	5928	* Indicus
23. 4	150. 6	5740	* Caeruleus
25. 2	206. 11	6885	* Viridis
27. 14	282. 20	7763	* Flavus
29.	353. 7	4552	Rubeus
32.	111. 30	2156	Rub. ſubcaerul.
34.	186. 00	7115	Virid. ſubcaerul.
35. 28	200. 49	3324	* Viridis
36.	229. 22	4184	Virid. Flaveſcens
38.	355. 15	1663	Rubeus
40. 33	18. 28	772	Rub. ſeu Purpur.

TAB. V.

Colorum limites in circulo φ Ξ F ξ fig. 4. ab initio Violacei verſus Indicum.	
Violacei	Init. 00°. 00′
	Med. 40. 00
	Fin. 80. 00
Indici	Init. 80. 00
	Med. 100. 00
	Fin. 120. 00
Caerulei	Init. 120. 00
	Med. 150. 00
	Fin. 180. 00
Viridis	Init. 180. 00
	Med. 210. 00
	Fin. 240. 00
Flavi	Init. 240. 00
	Med. 264. 00
	Fin. 288. 00
Aurei	Init. 288. 00
	Med. 301. 30
	Fin. 315. 00
Rubei	Init. 315. 00
	Med. 337. 30
	Fin. 360. 00

Digitized by Google

XCV. Notandae quoque ſunt in hac tabula anomaliae nonnullae ex violacei, & rubei luminis compoſitione ortae, quorum mixturam generalem conſtructionis regulam in circulo expreſſam minus accuratè ſequi jam praemonuimus in ſuperioribus num. XXII. Diximus in tertia ſerie colorem violaceum non occurrere, ſed ejus loco purpureum ob rubeos radios admixtos: at in tabula, ubi lamellae profunditas erat 21, punctum Y fig. 4. incidit inter arcum dimidium C B, & punctum φ, unde violaceus color conſequi videbatur; adhuc tamen appoſuimus violaceum vergentem in purpuram, quia in eo caſu praeter violaceos, indicos, & duas fere quintas partes luminis caerulei, perſtant in vice tertia facilioris reflexionis 550 ex 757 rubeis, & cum lumen rubeum maxima vi ad ſe pertrahat lumen violaceum, hinc colorem ab his radiis exhibitum non diſtinguet oculus a purpureo praecedenti, quem lamella exhibuit 19. 66, praeſertim cum modice ſe explicet inter illum, & ſequentem indicum, in quem convergit punctum Y, *fig.* 4., ut revera partim ad hunc, partim ad praecedentem purpureum color circa hunc limitem exhibitus pertineat. Similiter ***Rubeum colorem ſeu Purpureum*** appoſuimus in quarta ſerie, ubi lamellae profunditas erat 40, 33, quamvis punctum Y jam praetergreſſum eſſet confinium rubei 18 gradibus, in quo caſu color. dicendus eſſet abſolute purpureus. Sed cum in eo caſu lumen violaceum, quod eſt in vice facilioris reflexionis, exigua ſit totius portio, ut calculum tentanti patebit (habet enim ad totum eam fere rationem quam 1 ad 4) praevalent utique radii rubei multo etiam magis, quam ſi ſimul commiſceantur ex aequo, ut ex generali conſtat obſervatione. Itaque mirum non eſt ſi quarta ſeries in rubeum colorem deſinere videatur, praeſertim in tanta coloris debilitate, quantam portendit brevitas rectae O Z. Et ſane monuerat Newtonus ſuam referens obſervationem, colorem hunc fuiſſe admodum nebuloſum, ut fortaſſe etiam praeſtet purpureum appellare, quam rubeum. Caeterum ſi ſumatur lamella aëris 38, tum punctum Y cadit in arcum rubei, & color eſt aliquanto minus evanidus, ſed cum in eo caſu nulli ſint rubei in vice facilioris reflexionis, ut calculum inſtauranti patebit, praeſtabit facilè priorem profunditatem retinere pro hujus ſeriei rubro, quam poſteriorem aſſumere.

XCVI. Simile quid contingit in rubeo ſubcaeruleo, in quem deſinit tertia ſeries. Ibi enim cadit punctum Y in arcum indici verſus caeruleum. Sed cum in eo caſu totum lumen rubeum ſit in vice facilioris reflexionis, violacei verò pars admodum exigua, illud caeruleo, & indico lumini ad mixtum colorem ad ſe multum pertrahet. Id ipſum etiam Newtonus ſequutus eſſe videtur. Alias enim non apparet quî poſſit lumen ***caeruleum ſubrubrum*** appellari, ſtante conſtructionis analogia, cum inter hos colores alii gemini interjiciantur. Sed hic quoque color eſt admodum dilutus, & qui ſpectatoris oculum facile in ambiguo relinquat.

XCVII. Supereſt ut aliquid etiam dicamus de diverſitatibus, quae in noſtra, & Newtoni tabella ex iiſdem principiis ſupputata occurrunt. Has aliquas eſſe neceſſe erat cum circulum alia ipſe ratione diviſerit, atque à nobis factum eſt. Sed utramque tamen qui comparet facile intelliget quàm ſint

ſint exiguae. Retenta enim eadem lamellae profunditate, eadem, ſi pauci caſus excipiantur, coloris ſpecies obvenit, non alio fere diſcrimine, quam quòd ubi ipſi color maxime vividus reddebatur, puncto Y arcum coloris ejuſdem biſariam dividente, nobis in alterutram partem nonnihil deflexit, ex quo manifeſtum eſt exiguam admodum quantitatem lamellae fuiſſe adjiciendam, vel detrahendam, ut color is, qui maxime floridus eſſet, obtineretur. Sed hanc iterandi calculi moleſtiam ſupervacaneam exiſtimavimus, praeſertim cum Newtonum ipſum in ea re non ultra quam neceſſe eſſet ſcrupuloſum fuiſſe ex dictis conſtet. Iteravimus tamen quoties contigit ut punctum Y vel extra arcum coloris caderet, qui inquirebatur, vel nimis longe diſtaret à medio. Id rarò contigit, & in his caſibus, in quibus nullus ſit à phaenomenis diſſenſus, ex quo circuli ſectio à nobis inſtituta redargui poſſit. Nam quod in prima ſerie indicus obvenerit ante caeruleum, & quod in ſecunda indicus, & flavus perſtiterint, ubi Newtono caeruleus, & aureus obvenerant, nihil in his eſt, quod non ſit experimentis plane conforme, in quibus profecto indicus color, ut etiam violaceus caeruleum praecedit, & aureo nonniſi poſt aliquod intervallum flavus cedit, ut indicus caeruleo. In quo autem puncto coloris mutatio habeatur ex obſervationibus definire, ut in majoribus quantitatibus eſſet admodum difficile, ita & in parvis quantitatum differentiis eſt impoſſibile, quamvis non de ipſo limite mutationis, ſed de ſummo ipſorum incremento agatur. Et ſane à flavo aureum, & indicum à caeruleo in experimentis allatis tam aegre oculus diſcernit, ut eorum colorum ne meminerit quidem Newtonus, cum relatas obſervationes exponeret, quamvis in ſupputatione quaeſierit. Idem dicendum de purpureo, qui nobis obvenit pro rubeo in quarta ſerie, ob colorem multo jam dilutiorem effectum, quam ut eam differentiam poſſit oculus tuto dijudicare; & multo magis de diverſitatibus, quae in quatuor ſequentibus ſeriebus ſupputandis occurrunt. Has ſupputare, in quibus gemini tantum ſibi mutuo ſuccedunt colores non tanti eſſe exiſtimavimus, ut ejus calculi moleſtiam diutius perferremus. Satis erit in hac re animadvertere quòd Newtono deſinebat color omnis in albedinem, poſt auctam lamellae profunditatem ad $\frac{77}{1000000}$ unciae partes in aëre, ad 58 in aqua, ad 50 in vitro, hoc eſt poſt 20 circiter intervalla ſuarum vicium ab extremis violaceis peracta. Ex quo conſtat quam exigua medii diaphani & uniformis profunditas requiratur, ut omnis colorum varietas in albedinem deſinat, quemadmodum etiam in ſuperioribus monuimus.

XCVIII. Caeterum has ipſas diverſitates conſideranti patebit ex circuli ſectione diverſa omnes oriri, ac praeſertim ex arcus violacei, & rubei proportionibus & cum reliquis & inter ſe; cum in noſtra violaceus ad rubeum ſit ut $\frac{1}{9}$ ad $\frac{1}{16}$, ſive ut 16 ad 9, & iidem ad reliquos modo majorem, modo minorem habeant proportionem, quam in Newtoni ſectione eoſdem arcus ponentis aequales, ut ex ipſa numerorum inſpectione patebit eorum arcuum rationem exprimentium. Sic mirum non eſt quod violaceus in purpuram vergens nobis obvenerit in tertia ſerie, ubi ipſi erat indicus, & purpureus in ſecunda, ubi ipſi erat coccineus, & demum pur-

pu-

purpureus pro rubeo in quarta , Cum enim arcus B D in fig. 4. bifariam apud eum dividatur a confinio C violacei, & rubei, fieri utique potuit, ut punctum Y , quod ipſi cadebat in arcum rubei, nobis caderet in arcum violacei, magiſque apud ipſum rubeum lumen, quam apud nos, praevaleret . Sic etiam in prima ſerie, ubi lamellae profunditas erat 2. 4 cum eſſent in limite facilioris reflexionis violacei radii, indici , & toti caerulei fermè, ipſi caeruleus, nobis indicus color in violaceum vergens obvenit. Quia videlicet apud ipſum arcus violacei ad arcum cerulei eſt, ut $\frac{1}{9}$ ad $\frac{1}{10}$; ſive ut 10 ad 9 , unde mirum non eſt, ſi majori vi colorem ad ſe pertraxit violaceus in noſtra conſtructione, quam in conſtructione illius.

XCIX. Et haec de his ſatis dicta ſint. Nunc quod attinet ad uſum tabulae, ille eſt omnium maximus, quod ſi cum phaenomenis comparetur, totius theoriae certitudinem ad evidentiam confirmat ; non ſolum enim talis colorum ſucceſſio ex ea neceſſariò conſequitur , qualem continuis auctae incrementis lamellarum pellucidarum craſſitudines oſtendunt ; ſed etiam minimas eorumdem colorum circumſtantias, quae ſenſu deprehendi poſſunt, cum eadem conſentire videmus . Juvat eaſdem hic paulo accuratius perſequi. Diximus in prima ſerie colorem violaceum non apparere, caeruleum verò videri admodum exiguum. Id ipſum conſtructio , & tabula teſtatur. Nam cum in ipſo regulae appulſu ad limitem reflexionis extremi violacei nulla eſſe poſſet reflexio , quae ſatis in oculos incurreret, vix ea promota eſt ulterius per $\frac{1}{5}$ unius intervalli cùm jam erant in vice facilioris reflexionis indici etiam, & magna ex parte caerulei , ex quibus indicus color exortus eſt. Huic ipſi adjectis $\frac{1}{5}$ ejuſdem intervalli, tam cito ſucceſſit caeruleus ex adjecto lumine viridi , & parte flavi , ut plane in unum ad ſenſum colorem coaluerint, qui ipſe minimo ſe explicuit intervallo, cum adjecta tantum una ex his partibus quintis albedo obtineatur. Neque enim albedo tum primum incipit , ubi craſſitudo lamellae aëris fuerit 5. 25, ſed idcirco ibi ponitur in tabula , quod ibi maxime nitida cenſeatur , ubi interſectio normae cum recta 1 B fig. 8. exprimente maximam facilitatem ad reflectendum non longe abeſt à puncto ρ , ſive à limite coloris flavi, & viridis, ubi propterea facilitas ad reflectendum minimam habet in radiis etherogeneis diverſitatem . Caeterum ſi quaeratur quinam ſit futurus color , poſita lamellae profunditate = 3 ; partem rubei tantummodo deeſſe à luminis compoſitione conſtabit, unde jam albicat color, qui plane albus obveniet aucta pauliſper profunditate, quamvis non ita nitidus, ut in praedicta craſſitudine, ob facilitatem ad reflectendum majorem in maximae refrangibilitatis radiis , quam in reliquis . Similiter non ibi primum albedo deſinit, ubi flavus color in tabula eſt appoſitus; jam enim violacei radii, & indici incipiunt decedere ubi craſſitudo lamellae fuerit paulo major, quam 6, minor tamen, quam 7: ſed ibi videlicet ponitur, quia prope eum limitem flavus proxime accedit ad maximum, quem poteſt in hac ſerie conſequi , coloris ſui nitorem , cum ibi diſtet à maximo, ſive à puncto arcus ſui intermedio minus, quam 3. Itaque ſi ponatur albedo incipere, ubi craſſitudo ρ π in fig. 5. eſt 3 , deſinet autem

ferè

ferè ubi craſſitudo F f eſt 6. 5, differentia erit quamproxime = 3; cum caeruleus ibi ferè incipiat, ubi altitudo P p eſt 2 $\frac{1}{5}$, & ibi ferè deſinat, ubi eadem eſt 3, differentia exiſtente = $\frac{3}{5}$: unde, cum rectae $P\varphi$, φF, quae ſunt horum colorum amplitudines, ſint quamproximè, ut hae differentiae, eſſe oportebit amplitudinem coloris albi quintuplo ferè majorem, quàm caerulei, ut in obſervationibus re ipſa deprehenſum eſt. Simili ratione invenietur, flavum, & rubeum colorem ſimul tantam habere debuiſſe amplitudinem, quantam ferè albus habebat, ut eſt in obſervationibus animadverſum; atque ita non ſolum ſibi ſuccedentium in prima ſerie colorum qualitas, ſed etiam quantitas talis per conſtructionem obvenit, qualem phaenomena exhibebant.

C. In ſecunda ſerie colores omnes obſervatio exhibuit, & omnes etiam exhibet conſtructio cum ſuis ſingulorum circumſtantiis. Dictum eſt primò colorem viridem omnium fuiſſe maxime exiguum, & minimè floridum. Utrumque ita ſe habere debuit: incepit enim ubi profunditas erat fermè 15 partium; deſiit ubi vix major eſſet quam 16, proindeque erat quàm proximè differentia altitudinum inter utrumque ejus limitem 1; minor utique quam in reliquis coloribus, ſi indicus, ut eſt in obſervatione factum, ex parte violaceo, & ex parte caeruleo attribuatur, idemque in aureo fit relatè ad flavum, & rubeum. Et rurſus magnitudo rectae O Z, cui coloris largitas reſpondet, minima eſt in viridi, ubi caeruleus cum indico ex parte confunditur. Dictum eſt ſecundò, violaceum poſt viridem minimum omnium ſpatium occupaſſe, flavum majus, quam caeruleum; rubeum majus, quam flavum. Haec item conſtant ex tabula: nam intervalla, ubi incipit, & deſinit violaceus, vix differunt duabus unitatibus, & eadem in caeruleo differunt paulo minus, quam tribus, ſumendo ſcilicet initium caerulei, ubi indicus cenſetur maximè floridus, & finem, ubi ferè diximus viridem incipere; quod ſi ponamus ibi flavum incipere, ubi profunditas erat fermè 16 partium, & ibi deſinere, ubi aureus exhibetur maximè floridus, ipſum aliquanto etiam magis, quam caeruleum patere deprehendimus, & rubeum pariter magis, quàm flavum, rubeo coccineum deputando, ut eſt in obſervatione factum.

CI. Similiter in tertia ſerie (ut nihil dicamus de violaceo in purpuram verſo, cujus rei jam ſupra meminimus) diximus colorem viridem copia, & claritate reliquis omnibus aequiparari excepto flavo, rubeum verò paulo dilutiorem eſſe factum, & obſcuriorem. At haec eadem ex conſtructione ſunt conſequuta: nam in tabula coloris flavi intenſitas, quam exprimit recta OZ, eſt omnium maxima, & eâ ſeclusâ, omnibus praeſtat intenſitas viridis. Ac reliquorum quidem intenſitas modicè ſuperatur a viridi; at rubei intenſitas multò minor eſt, praeſertim ubi caeruleo lumine infectus multum deſcendit in purpuram. Nec minor erit Theoriae cum phaenomenis conſenſus in iis quae ad colorum quantitates pertinent, ſi eorumdem amplitudines ex limitibus aeſtimentur, uti ſupra factum eſt.

CII. Demum in quarta ſerie, ubi duo tantum colores deprehenſi ſunt, viridis, & rubeus, viridis erat admodum copioſus, & floridus accedens ad caeruleum ex altera parte, ex altera ad flavum, cum rubeus valde eſſet im-

imperfectus, ac nubilus. Haec ita ſe habere debuiſſe, tabula etiam docet, in qua viridis exhibetur color latius patens, quam ullus alius in praecedentibus ſeriebus, & in caeruleum primo convergens, poſtremo in flavum. Mirum ſanè videbitur flavum hac in ſerie, qui quidem oculis diſcerni poſſit, non occurrere, cum a viridi flaveſcente ad rubeum, vel purpureum tantum habeatur intervallum, ac videri fortaſſè cuipiam poterit diſſimulatam conſultò fuiſſe profunditatem lamellae intermediam: ſed ſupputationem ineunti patebit, tam celerem eſſè eo loci motum puncti Y, ut facta lamella = 37, jam abeat in arcum rubei, cum paulo ante perſiſteret in viridi. Itaque vere erit adeo exiguus color flavus, ut rubeum potius videatur inficere, quam propriam ſpeciem intuendam objicere.

CIII. Atque ita quidem ſe habet Theoriae conſenſus cum phaenomenis, qui profecto tantus eſt, & in rebus adeo exilibus tam mirificus, ut ſuſpicari quis poſſet, ne forte obſervationum potius relatio Theoriae accommodata eſſet, quam haec obſervationibus; niſi facile eſſet cuique rei periculum facere in vulgaribus bullae experimentis: cum enim colorum ſucceſſio pendeat a numero vicium, quas in ejus decurſu radii mutant, ſemper haec eadem erit, quaecumque fuerit medii denſitas, aut vis refractiva, dummodo ab altitudine minima ad eam, in qua albedo jam obtinetur, tranſitus fiat per gradus intermedios, qui ſunt in tabula expreſſi. Aqua igitur ſapone incraſſata, & in bullam inflando tenſa, dum a ſummo bullae vertice ad latera paulatim defluit, ejus fit conditionis, & ſi in nubium lumine inſpiciatur ſub vitreo recipiente probe clauſa, ne motus aëris colores perturbet, eadem exhibebit colorum phaenomena, facilius etiam notanda, quam in vitris objectivis praedictis. Notandum tamen in his eſt, quod ſi colores a ſummo bullae verticè ſucceſſivè prodeuntes numerentur eodem, quo prodeunt, ordine, ab infima erunt tabulae parte numerandi (cum hic a maxima craſſitudine ad minimam tranſitus fiat) vel potius a duabus illis, vel tribus ſeriebus in tabula omiſſis, in quibus rubeus tantum, & ſubcaeruleus color admodum evanidi videndos ſe praebent. At ſi numerentur ab ipſo bullae vertice, ubi ex eodem macula nigra emerſerit, & colorum ſeries infra illam zonarum inſtar bullae circumfunduntur, numerandi erunt a ſumma tabula, & niſi citius bulla diſſiliat, tales ſinguli deprehendentur, quales exhibentur a tabula. Ut tamen ipſa ejuſmodi phaenomena tabulae magis reſpondeant, curandum erit, ne ultra bullam vividi coloris cujuſpiam objectum aliquod habeatur per ipſam bullam tranſpectum, quod reflexo nubium lumini immixtum colores turbet. Quamobrem nigrum aliquid ultra ipſam bullam collocandum erit, ac expectandum nonnihil, donec tenuitas cuticulae aquae eo devenerit, ut coloribus exhibendis par eſſè poſſit. Verum quae ad bullarum colores pertinent, in quam ipſi nubium radii cum quibuſvis directionibus adveniunt, pendent ab iis, quae hic itidem diligenter exponenda ſunt, ac pertinent ad colorem lamellae, vel conſtantem ad ſenſum pro quacumque incidentis, & emergentis radii obliquitate, vel admodum variatum, prout medium ipſi lamellae circumfuſum multo minore, vel multo majore vi praeditum ſit, quam ipſius lamellae medium.

Sit

CIV. Sit nimirum in Fig. 7. lamella terminata ſuperficiebus A B, M N parallelis in quam incurrat in I radius quidam R I, qui refractus tendat per I F', ſi lamella vim refractivam majorem habet, quam medium circumjacens, per I F, ſi minorem, & data ratione ſinus anguli incidentiae ad ſinum anguli refracti, quaeratur ratio, quam habebit numerus intervallorum vicium in eo tranſitu ad numerum intervallorum vicium in tranſitu perpendiculari per I L. Id problema admodum facile ſolvitur. Patet enim, eſſe illos numeros directè ut eſt longitudo itineris I F ad I L, & reciprocè ut eſt longitudo unius intervalli in tranſitu obliquo I F, vel I F', ad unum intervallum in tranſitu perpendiculari per I L; numerus enim intervallorum in dato ſpatio eo eſt major, quo majus eſt ſpatium, & quo minor eſt unius intervalli menſura. Poſito autem, quod L I E, vel L I E' ſit angulus, cujus ſinus eſt prima e 106 mediis arithmeticè proportionalibus inter ſinum anguli refractionis L I F, vel L I F', & angulum incidentiae R I C aequalem angulo L I D ad verticem oppoſito, eſt per Theror. II. num. LIX. intervallum in caſu tranſitus obliqui ad intervallum in caſu tranſitus perpendicularis, ut factum ſub binis ſecantibus L I E, L I F, vel L I E', L I F', ad quadratum radii, nimirum ut E I x I F, vel E' I x I F' ad I L x I L. Quare erit primus numerus in caſu obliqui tranſitus ad ſecundum in caſu tranſitus perpendicularis, ut eſt $\frac{IF}{IF \times IE}$, vel $\frac{IF'}{IF' \times IE'}$ ad $\frac{IL}{IL \times IL}$ nimirum ut I L ad I E, vel I E'.

CV. Inde autem eruitur ſequens Theorema. *Numerus intervallorum in tranſitu obliquo ad numerum in tranſitu perpendiculari per laminam parallelis ſuperficiebus terminatam eſt, ut radius ad ſecantem ejus anguli, cujus ſinus eſt prima e 106 mediis arithmeticè proportionalibus inter ſinum anguli refracti & ſinum incidentiae, ſumendo hos angulos in ipſo ingreſſu in laminam.* Utrobique autem minorem radius habebit numerum intervallorum in ingreſſu obliquo, quam in perpendiculari, licet longiorem percurrat viam, quia nimirum magis creſcet longitudo unius intervalli, quam via.

CVI. Jam vero ope hujus Theorematis ſtatim patet in caſu medii intra lamellam minore vi praediti multo magis mutari vicium numerum, quam in caſu medii praediti majore vi. In primo enim caſu eſt is ad numerum in tranſitu perpendiculari, ut I L ad I E, in ſecundo ut I L ad I E', & patet ipſam I E multo majorem eſſe, quam I E'. Quin immo cum utcumque inclinata I R ad I B, in ſecundo caſu angulus L I F adhuc acutus maneat, & ſecans I F' finita, at eo minor, quo medium pollet majore vi, in primo vero inclinata I R uſque ad certum limitem, jam angulus L I F evadat rectus, & I F in infinitum excreſcat, in quo nimirum caſu incipit reflexio in totum; cumque ſinus anguli L I E' pendeat a ſinu anguli L I F', & ſinu anguli incidentiae, patet, in illo ipſo ſecundo caſu rectam I E' non ita multum augeri, inclinato etiam radio R I uſque ad ſuperficiem I B, in primo vero caſu in minoribus etiam inclinationibus radii I R augeri plurimum, ac mutata etiam plurimum inclinatione numerum intervallorum in ſecundo caſu parum admodum mutari, in pri-

mo verò, inclinatione etiam parum mutata, eum numerum mutari plurimum.

CVII. Nec vero difficile eſt limites earum mutationum determinare, data ratione ſinus incidentiae ad ſinum anguli refracti. Sit primo lamella minore vi praedita, quam medium circumjacens, ut aer vitro clauſus, & aſſumatur ratio ſinus incidentiae ex vitro in aerem ad ſinum refractionis 11 ad 17, cui eſt proxima. Limes radiorum I $\frac{R}{S}$ ingredientium ultimus eſt, ubi L I F eſt angulus rectus, quo caſu ſinus refractionis eſt radius 100000. Quare ſinus anguli incidentiae R I C = $\frac{11}{17}$ x 100000 = 64706 nimirum ſinus 40° 19'. Ejus differentia a ſinu anguli refracti 100000 = 35294 diviſa per 107 exhibet 330, quo ablato a ſinu incidentiae 100000, habetur 99670 ſinus anguli L I E = 85.° 21' cujus ſecans E I = 1233521 ad radium I L = 100000, eſt proxime ut 12 ad 1. Quare radius non poteſt ejuſmodi laminam pervadere, niſi faciat augulum cum perpendiculo minorem 40.° 19' tam in ingreſſu, quam in egreſſu; nam ſive emergat e ſecunda ſuperficie, ſive redeat ad primam, & inde emergat, eamdem inclinationem habet ad ſuperficiem, quam in ingreſſu. Haberet autem circa illam maximam inclinationem, ſi ſatis longa lamella eſſet, numerum intervallorum 12 vicibus, & aliquanto etiam plus minorem, quam in ingreſſu perpendiculari. Nimirum cum in perpendiculari mutaverit diſpoſitionem vicibus 12 in illo obliquo, ſemel tantum mutavit.

CVIII. At ſi lamella contineat medium majore vi praeditum, ut aquam in aere, limes ultimus erit, ubi ipſe angulus incidentiae deſinat in rectum, quo caſu poſita ratione ſinuum incidentiae & refractionis 4 ad 3, erit ſinus incidentiae 100000, ſinus refractionis $\frac{3}{4}$ x 100000 = 75000, differentia 25000 diviſa per 107 exhibebit 233 quo numero ablato a ſinu refractionis 75000, exhibebit 74767 ſinum anguli L I F' = 48° 23', cujus ſecans I F' = 150570 ad radium 100000 habet rationem proxime 1 $\frac{1}{2}$ ad 1, tanto minorem, quam prius. Haec tamen ratio non eſt ita exigua, ut pro varia oculi poſitione repetita lamellae colorem ſatis mutare non poſſit. Nam colores ſerierum, & quidem ſatis vividi, progrediuntur uſque ad intervalla 8 in tertia ſerie, & 15 in quinta, ut videre eſt in Tabula IV., ac ubi in poſitione perpendiculari habentur intervalla 15, in ultima obliqua habentur 10. Porro non ſolum 5 intervallis ablatis, ſed unico plerumque adjecto, vel ablato intervallo, & aliquando etiam parte ejus mutata, mutatur color, ut patet ex illa ipſa Tabula.

CIX. Verum ſi multo major ſit denſitas, poterit mutatio eſſe inſenſibilis. Et quidem, ſi ſubſtantia aliqua habeat rationem ſinus incidentiae ad ſinum refractionis, ut eſt 4 ad 1, qua majorem etiam in Mercurio haberi debere, ſi pellucidus ſit, Newtonus cenſet, & ex ejus denſitate ac virium refringentium natura haud difficulter eruitur; habebitur in angulo incidentiae maximo = 90° ſinus ipſius = 100000, ſinus anguli refracti = 25000, differentia 75000, quae diviſa per 107. exhibet 701, quo addito ipſi 25000, fit ſinus anguli L I E' = 25701, & ipſe angulus

14.°

14.° 54′, ac ejus ſecans 103479 ad radium I L = 100000 habet rationem proxime ut 30 ad 29, quamobrem in 15 intervallis perpendicularibus, vix dimidium in maxima obliquitate deficeret; adeoque in ejuſmodi ſubſtantia maximis mutationibus inclinationis vel radii, vel oculi, nulla reſponderet ſenſibilis mutatio coloris.

CX. Ex his quae dicta ſunt patet ratio eorum omnium, quae Newtonus propoſuit in obſervatione 19 parte 1. lib. 2. Opticae. Nimirum ubi colores aſpiciebat in lamina tenui aëris clauſa binis vitris, & in bulla aquae, mutata obliquitate oculi affirmat mutaſſe locum anulos coloris ejuſdem ita, ut ubi per radios perpendiculares apparebat unus color, per obliquos alius appareret, & diverſos ſpectatores in diverſa ſcilicet obliquitate conſtitutos, diverſos in eadem bullae parte colores deprehendiſſe eodem tempore: aliquando autem totam bullam ad eandem tenuitatem redactam exhibuiſſe ubique eumdem colorem, praeter extremos margines, in quibus in maxima obliquitate cernebatur, quod quidem debuit accidere, ubi maxime tenuis bulla effecta eſſet, redacta ad craſſitudinem unius, vel alterius intervalli, tum enim in extremo margine deerat intervalli ibi exiſtentis triens, vel binorum intervallorum bini trientes, quod colorem immutabat; in minoribus vero obliquitatibus mutatio erat inſenſibilis. Generaliter autem mutatio loci, in quo idem cernebatur color radiis maxime obliquis, multo major erat in primo caſu lamellae aëreae, quam in ſecundo bullae aqueae. Nam craſſitudo in bullis aquae in maxima obliquitate ad craſſitudinem in ſitu perpendiculari coloris ejuſdem ex optimis ejus obſervationibus erat inter 15, & 15. $\frac{1}{2}$ ad 10, quae eſt ipſa ratio ſuperiore calculo inventa 15. 11 ad 10, eadem autem in lamella aërea multis vicibus major erat, nimirum in tabella adjecta obſervationi 7, ut 12. $\frac{1}{2}$ ad 1, quae eſt ad ſenſum ipſa ratio 12. 34 ad 10 a nobis ſuperius inventa. Et cum his, quae demonſtravimus conſonat ipſa tabella, quam huic obſervationi 19 Newtonus adjecit, ut & illud, in denſioribus ſubſtantiis, cujuſmodi ſunt ſcoriae metallorum, ſive eorum partes vitrificatae, apparuiſſe colorum variationes aliquas pro diverſis obliquitatibus oculi, ſed multo minores, & in denſiſſimis ſubſtantiis ſemper minimas.

CXI. Porro hinc patet illud, quod diximus phaenomena colorum bullae etiam ex hac lamellarum proprietate pendere. Sed adhuc ea Theoriam omnem, & tabulam a nobis computatam confirmant mirum in modum, quia immota bulla, & oculo, adeoque manentibus obliquitatibus, mutantur colores per ſolam attenuationem cuticulae in eadem illa ratione, quam tabellae computatio requirit. Eodem autem etiam pertinet caſus, quem ex Hookio Newtonus retulit cum his apprimè conſentiens. Obſervavit enim Hookius in ſua Migrographia lamellam lapidis ſpecularis, quae eſſet colore languido flavo, ſuperpoſitam lamellae, quae eſſet colore caeruleo colorem purpureum induiſſe admodum ſaturum. At ſi tabula conſulatur, invenietur color flavus maximè debilis in prima ſerie, ubi lamellae altitudo eſt 7. 11, & ſi huic adjiciatur altitudo lamellae 14, qua color caeruleus exhibetur in ſecunda, habebitur profunditas 21. 11, cui proximè reſpondet color purpureus in tertia. Etſi enim ubi ea eſt 21 violaceus oc-

 cur-

currat in purpuram vergens aliquanto debilior, manifeſtum tamen eſt, quod lamella flavum colorem admodum debilem exhibens eſſe ubique potuit paulo minor quam 7. 11, ut & lamella caerulea paulo minor quàm 14, & ex his habenda erat profunditas proximè accedens ad 19. 66, in qua color purpureus habetur.

CXII. Caeterum quaecunque in tabula a nobis computata de coloribus ex reflexo lumine provenientibus in laminis habentibus parallelas ſuperficiaes definita ſunt, ad tranſmiſſum quoque lumen commode referri poſſe, facile quivis intelligit, pro quo etiam ſimilem tabulam ſupputare poterit, cui libuerit. Illud unum poſtremo notabimus uſui nobis futurum infra, ſi tenuis materiae particula non parallelis ſuperficiebus terminetur, ſed ſphaericam figuram habeat, multo majus diſcrimen haberi debere inter numerum intervallorum in radiis diametrum percurrentibus, quam in radiis obliquis, cum nimirum obliquitas intervalli unius longitudinem augeat, & chordam percurrendam imminuat; unde conſequitur illud, ſi globuli cujuſdam diameter vix tantae longitudinis ſit, quantum eſt intervallum violacei coloris, ejuſmodi globulum e ſecunda ſuperficie debere reflectere violaceos ſolos per primam admiſſos directione perpendiculo proxima, ac tranſmittere omnes reliquos, & idem generaliter accidere debere in quovis radio magis refrangibili reſpectu minus refrangibilis. At e contrario ſi diameter aequetur uni intervallo rubei, ſemper aliquam debere chordam aequari intervallo cujuſvis alterius coloris, quod itidem accidet cuivis minus refrangibili reſpectu magis refrangibilis. Sed de tenuibus laminis jam ſatis: nunc ad craſſarum laminarum mira quaedam phaenomena faciemus gradum.

§. III.

De Coloribus craſſiorum laminarum pellucentium ex eadem vicium natura pendentibus.

CXIII. Totam hanc de vicibus Theoriam, quam ex laminarum exilium coloribus Newtonus determinavit, in alterius naturae phaenomeno mira deprehendit ſolertia; quamvis multo adhuc obſcurius tradiderit in Parte 4. lib. 2., quam ſuperiora omnia in ſecunda expoſuiſſet. Ea de re nobis agendum hoc loco eſt, non ſolum ut phaenomeni difficillimi ad explicandum innoteſcat ratio, ſed etiam, & praecipuè, ut ſuperior Theoria novum ex his lumen, novumque evidentiae gradum acquirat.

CXIV. Cum igitur Solis radium per foramen tertiam unciae partem latum in obſcurum conclave admitteret, illud ſpeculo vitreo concavo-convexo ad perpendiculum excipiebat, quod ad ſphaeram tornatum erat ſemi-

Digitized by Google

midiametrum habentem pedum quinque, & unciarum undecim, & convexam ſui partem argento vivo obductam habebat. Tum in ipſo ſphaerarum centro, ad quod vitrum tornatum erat, hoc eſt in diſtantia pedum circiter quinque, & unciarum undecim, chartae ſcapum collocabat, exiguo foramine pertuſum, quod in illo ipſo ſphaerarum centro ſitum eſſet, ut videlicet luminis radius ad ſpeculum nonniſi per hoc foramen poſſet pervadere, ac proinde quidquid luminis regulariter reflecteretur, quemadmodum ad angulos rectos in ſpeculi ſuperficiem incidebat, ita & a ſpeculi ſuperficie ad angulos rectos reflexum ad foramen ipſum undique remigraret.

CXV. Sed videlicet, uti jam initio monuimus, nullum eſt lumen, quod adeo regulariter reflectatur, ut non aliqua ejus portio irregulariter diſpergatur in omnes partes. Id vel exinde conſtat, quod etiamſi ſpeculum e latere inſpicias, unde puncti radiantis imaginem intueri non liceat, tamen partem illam, in quam incidunt radii, ex majori luminis copia a contiguis diſtinguimus. Itaque chartae ſcapum, quod circa foramen nullum debuiſſet lumen excipere, ob hanc irregularem diſpoſitionem, aliquâ & ipſum luce micabat, ſed quod maximè mirum accidit, lux iſta in anulos coloratos ſe diffundebat, non aliter, quam circa maculam nigram in vitris objectivis, de quibus ſupra dicebamus; quamvis hi latius ſe explicarent, & dilutiores eſſent, quam illi.

CXVI. Multum porrò intererat, quaenam eſſet diſtantia chartae à ſpeculo, aut diſtantia utriuſque à feneſtra. Etenim ſi charta diſtaret à ſpeculo intervallo multo majori, vel minori, quam illo pedum fere 6, anuli continuò dilutiores fiebant, & evanidi. Et ſi ſpeculum à feneſtra multo magis aberat, quam eodem ſex pedum intervallo, ita ſe reflexum lumen explicabat ad diſtantiam ſex pedum, ubi excipiebatur à charta, ut interiorum anulorum unus, vel alter in eo deliteſceret. Illud nimirum omnino neceſſarium erat, ut charta ſimul prope centrum cavitatis ſpeculi ſita eſſet, & ſimul prope focum, in quo radii per feneſtrae foramen ingreſſi ab ipſo ſpeculo colligebantur, quorum utrumque ſimul obtineri non poterat, niſi charta foramini feneſtrae proxima eſſet, & ſpeculum a charta per ſuae cavitatis ſemidiametrum diſtaret, in quo nimirum caſu radii, qui regulariter reflectebantur, in ipſa charta colligebantur in exiguo circello Solis imaginem referente, quod quidem ex primis refractionum, & focorum notionibus facile deducitur. Hunc idcirco ſpeculi, & chartae ſitum generaliter adhibitum a ſe Newtonus intelligi vult in hujuſmodi obſervationibus, niſi contrarium quidpiam diſertè moneat. Caeterum utcumque comparatae res eſſent anuli iidem, quo ſe latiùs explicabant, eò languidiorem oſtendebant colorem adeo, ut quintus oculorum penè aciem effugeret, & lumine admodum intenſo opus eſſet, ut ſexti, & ſeptimi languida quaedam veſtigia deprehenderentur.

CXVII. Ordo, quo ſibi mutuo ſuccedebant horum anulorum colores, idem erat cum illo, qui in vitris objectivis, de quibus in ſuperioribus actum eſt; non quidem illo, quem in reflexo lumine obſervaverat, ſed quem in tranſmiſſo fuerat conſpicatus. In communi omnium centro macula erat al-

ba,

ba, rotunda, debili nitens lumine, & quae paulo ſe latius diffundebat, quam luminis radius, qui regulariter reflectebatur; & quidem ſi ex ipſa ſpeculi inclinatione, radius hic à media macula paulisper amoveretur, facile dignoſcebatur albedinem illam, ad centrum uſque propagari. Hanc proximè ambiebat color leucophaeus obſcurior, & huic Irides coloratae ſuccedebant, quarum colores à centro extrorſum numerati hoc ordine progrediebantur. In prima violaceus, & indicus parva portione: deinde caeruleus ab exteriori ſui parte palleſcens, & in flavum exiguum, viridescentem deſinens. Hunc flavus clarior excipiebat, totamque rubeus claudebat ſeriem exteriùs vergens in purpuram. In ſecunda ſerie purpureus, caeruleus, viridis, flavus, rubeus clarior, rubeus purpuraſcens. In tertia viridis in purpuram vergens, viridis bonus, & rubeus clarior, quam praecedens. In quarta, & quinta viridis ſubcaeruleus, quantum quidem oculorum ſenſu dignoſci potuit, & rubeus.

CXVIII. Atque hi quidem erant anulorum colores, cum omnium generum radii in ſpeculum inciderent: nihilo tamen minus cum pars horum anulorum clariſſima lumine flavo in aurum vergente componeretur, diametros anulorum metiens Newtonus, qua parte clariſſimi videbantur, perinde ſe facere exiſtimavit, quemadmodum, & in ſuperioribus uſurpaverat, ut ſi anulos metiretur ab uno, eodemque radiorum genere, atque adeo ab illis efformatos, qui ſunt in confinio aurei, & flavi. Invenit autem eas diametros in unciis, & unciae partibus, & ad diſtantiam ſex pedum à ſpeculo $1.\frac{11}{16}$, $2.\frac{3}{8}$, $2.\frac{11}{12}$, $3.\frac{3}{8}$: quorum quadrata ſunt quam proximè in progreſſione arithmetica numerorum 1, 2, 3, 4 &c.; & ſimiliter cum diametros anulorum obſcuriorum, qui his interjiciebantur, menſus eſſet, eas invenit $1.\frac{3}{16}$, $2.\frac{2}{16}$, $2.\frac{2}{3}$, $3.\frac{3}{20}$, quorum item numerorum quadrata ſunt in progreſſione arithmetica $\frac{1}{2}$, $1.\frac{1}{2}$, $2.\frac{1}{2}$, $3.\frac{1}{2}$ &c. Quod ſi chartae, & ſpeculi diſtantia augeretur, vel minueretur, augebantur pariter, aut contrahebantur anulorum diametri, ſed eadem manebat ipſorum ad invicem proportio. Undè ſi centrum ipſum albae maculae pro anulo infinitè parvo habeatur; quadrata diametrorum in anulis lucidis erunt 0, 1, 2, 3, 4, 5, &c. in obſcuris $\frac{1}{2}$, $1.\frac{1}{2}$, $2.\frac{1}{2}$, $3.\frac{1}{2}$ &c.

CXIX. Haec proportionum ſimilitudo cum illis, quae in anulis coloratis per vitra objectiva exhibitis deprehendebatur, jam ſatis indicabat ab eadem hos cauſa pendere, à qua illi producebantur; ſed ut rem accuratius compertam haberet, lumine ſimplici, & homogeneo, utendum ſibi eſſe hic etiam exiſtimavit. Itaque cum ad feneſtrae foramen Priſma collocaſſet, ut in eo radius luminis refringeretur, & ſpectrum coloratum in chartam ſpeculo oppoſitam proiiceret; Priſmatis ipſius converſione efficiebat, ut alii ſeorſim poſt alios radii ad foramen appellerent, & per illud ad ſpeculum traiicerentur. Id vero cum faceret, ſimilem res habuit eventum,

tum, atque in ſuperioribus experimentis. Nempè ubi lumen rubeum in ſpeculum ſeorſim incideret, non alii apparebant luminis ad chartam reflexi anuli quam rubei, & nigri rubeis interjecti. Similiter cum lumen caeruleum in ſpeculum projiceret, anuli tantùm caerulei reflectebantur: & univerſim cujus eſſent coloris radii, qui ad ſpeculum appellerent, eo tantùm colore ſimplici, & homogeneo univerſi anuli conſtabant. Porrò unius, ejuſdemque coloris anuli diverſi diametros habebant, quarum quadrata eſſent in progreſſione arithmetica o, 1, 2, 3, 4, &c. cum quadrata anulorum obſcurorum eſſent, $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ &c. At in diverſis coloribus unius, ejuſdemque ordinis anuli diametros inter ſe diverſas habebant. Minima erat in violaceis, maxima in rubeis, & in coloribus intermediis magnitudines item intermedias habebant, quae progrediendo a violaceo ad rubeum perpetuis augerentur incrementis.

CXX. Atque hinc porrò intelligebat ſuperiores anulos, cum omnia ſimul radiorum genera ad ſpeculum tranſmitterentur, ex horum compoſitione, & mutua ſuperpoſitione exortos eſſe, & idcircò interius violaceo colore, exteriùs rubeo terminatos fuiſſe, quod illi minimo, hi maximo intervallo diffunderentur, nec ob aliam cauſam in receſſu à centro colores eorumdem continuò magis evanidos factos eſſe, ut demum oculorum aciem effugerent, niſi quod in eo progreſſu compoſitio radiorum diverſi generis continuò magis augebatur. Etenim in hoc caſu, ubi nullus erat ſuperpoſitioni locus, anulos diſtinctius, & majori numero intueri poterat, ad octo nempè, aut novem, aut etiam decem; & in ipſo caſu ſuperiori, ubi quartam, & quintam Iridem, vix poterat diſcernere, ſi per Priſma inſpiceret, totidem fermè, quot nunc, dinumerare valebat, ſuperpoſitione illa per inaequalem Priſmatis refractionem imminuta.

CXXI. Porrò cum inter ſe compararet ejuſdem ordinis anulos, quos exhiberent confinium rubei, & aurei, & confinium indici, & caerulei, eorum diametros invenit eam circiter inter ſe proportionem habere, quam 9 ad 8 (difficile enim erat has dimenſiones accuratas obtinere in ipſis extremis violaceis, & rubeis) in reliquis autem coloribus hoc tantùm adnotavit, majorem eſſe magnitudinum differentiam in rubeis, flavis, & viridibus ejuſdem ordinis anulis, quam in viridibus, caeruleis, & indicis: unde iterum hic redit ea, quam in ſuperioribus quoque adnotaveramus, dimenſionum oppoſitio cum illis, quae in ſpectro colorato per refractionem exhibito deprehenduntur. In illo enim cum ſe maximè violaceus color explicaret, minimè rubeus, ſumma differentiarum refractionum, violacei, caerulei, & viridis, ſive G ɩ in fg. 3 major erat, quam ſumma differentiarum refractionum viridis, flavi, & rubei ɩ M, hic autem ubi maxima eſt in anulis ejuſdem ordinis rubeis diameter, minima in violaceis, ſumma differentiarum rubei, flavi, & viridis, major eſt, quam ſumma earumdem in viridi, caeruleo, & violaceo lumine: unde cum ibi medium arithmeticum inter G X, & M X caderet in confinium caerulei, & viridis, hic inter viridem & flavum cadit. Quod ſi quis in eadem figura colorum ordinem invertat ita, ut intervallum G λ rubeo reſpondeat, & λ M violaceo

ceo, velit autem invenire proportionem aliquam inter longitudines illas G X, λ X. &c. exprimentes diverſas radiorum refractiones, & longitudines illas, quibus exprimi poſſint diametri anulorum, quos in una, eademque vice colorum confinia exhibent in re praeſenti, id poterit efficere, aut accurate, aut quamproximè, ſi ponat eamdem habere inter ſe rationem differentias harum diametrorum, quam habent inter ſe differentiae refractionum G λ, $\lambda\iota$ &c. inverſo tamen colorum ordine, ut dicebamus. Hoc enim pacto comparando differentias diametrorum, quae in praedictis colorum confiniis inventae ſunt, cum differentiis refractionum in eorumdem radiorum confiniis pro caſu refractionum, inveniet eaſdem diametrorum differentias pro extremis violaceis, & rubeis, atque exinde totas anulorum in hujuſmodi radiis diametros, harum autem ratio inter ſe cum ea comparata, quam habent pariter inter ſe longitudines G X, G M in primo caſu, quaeſitam proportionem definiet.

CXXII. Sunt nempe, poſita G X $=1$, ſegmenta rectae G M, ubi ea exprimunt refractionum differentias G $\lambda = \frac{1}{9}$, $\lambda\iota = \frac{1}{18}$, $\iota\eta = \frac{1}{12}$, $\eta\epsilon = \frac{1}{12}$, $\epsilon\gamma = \frac{1}{15}$, $\gamma\alpha = \frac{3}{80} = \frac{1}{27}$, $\alpha M = \frac{1}{16}$. Itaque ſi diameter anuli in confinio rubei, & aurei λ X dicatur 9 A, & diameter ejuſdem in confinio caerulei, & indici γ X dicatur 8 A, & quaeratur differentia anulorum, quos exhibet confinium aurei, & rubei, & rubeum lumen extremum; erit ut $\lambda\gamma \left(\frac{1}{18} + \frac{2}{12} + \frac{1}{15} = \frac{2}{7}\right)$ ad G$\lambda \left(\frac{1}{9}\right)$, ita 9 A $-$ 8 A ad differentiam quaeſitam $= \frac{7}{18}$ A. Similiter ſi fiat ut $\lambda\gamma$ ad $\gamma M = \frac{1}{10}$, ita 9 A $-$ 8 A ad quartum, habebitur differentia anulorum, quos exhibent extremum violaceum, & confinium caerulei, & indici $= \frac{7}{20}$ A. Jam ſi ad 9 A differentia adjiciatur primò inventa, & ab 8 A detrahatur differentia altera, habebitur diameter anuli extremi rubei ad diametrum anuli ejuſdem ordinis, quem exhibet extremum violaceum, fere ut 9 A $+ \frac{7}{18}$A, ad 8 A $- \frac{3}{20}$ A, ſive ut $\frac{169}{18}$ A ad $\frac{153}{20}$ A: ac proinde ut 3380 ad 2754. quae quidem proportio modice differt a ratione ſubtriplicata illius, quae eſt inter G X, & G M in caſu refractionum, ſive 1 ad $\frac{1}{2}$. Nàm ſi pro 1. ponatur 1000, & pro $\frac{1}{2}$ 500, illius radix cubica eſt 10, & radix cubica hujus eſt numerus multo propius accedens ad 8, quam ad 7, & numerorum, qui inventi ſunt, ratio eſt ferme ut 10 ad 8. Itaque ſi recta G X exprimat anuli diametrum, quem exhibet in una aliqua vice extremum rubeum, ut habeantur diametri anulorum, quos exhibent in eadem vice confinium rubei, & aurei, confinium aurei, & flavi, & ſic deinceps; ſumere oportebit rectas G X, λ X, ι X &c. in ea ratione, quam habent inter ſe radices cubicae nu-

numerorum exprimentium chordae longitudines illas, quibus voces redduntur muſicae, in octava progrediente per tertiam minorem, & ſextam majorem, quas ipſi figurae 3 adſcripſimus. Ubi iterum redit analogia inter hos anulos, & illos, qui in vitris objectivis ſunt obſervati; nam in illis quadrata diametrorum erant ut Radices cubicae quadratorum illarum quantitatum, ac proinde Diametri ipſae ut Radices cubicae quantitatum earumdem.

CXXIII. Quod ſi jam ipſum ſpeculum intuens, non chartam, ibi oculum conſtitueret, ubi anuli in chartae ſcapo apparebant, & inde ſpeculum intueretur, ejus faciem eorumdem colorum faſciis diſtinctam intuebatur, quorum erant zonae anulares in bullis, aut anuli in vitris objectivis ſuperiorum obſervationum. Ejuſmodi zonas diligenter oportet diſtinguere ab anulis, qui in charta depingebantur. Illorum enim commune centrum erat in ipſa charta in ea recta, quae a foramine feneſtrae ad ſpeculum ducebatur, ubi ſpeculum perpendiculariter ad illam ipſam rectam collocatum fuiſſet, atque adeo in ipſo chartae foramine, circa quod anuli porrigebantur in gyrum. At harum zonarum centra erant in recta linea jungente centrum foraminis chartae cum oculo ita, ut aliarum alia eſſent centra, & illi rectae perpendicularia eſſent plana arcuum circularium eaſdem terminantium. Hinc centra ipſa erant in recta linea conſtituta, quae jaceret in chartae plano, ſi oculus in eodem ſitus eſſet; in recta verò vel ſupra id planum extante ad partes oculi, vel ultra ipſum demerſa, prout oculus citra chartae planum jaceret, vel ultra: & ob hanc ipſam cauſam Faſcias, non anulos Newtonus appellavit. Eas exprimit fig. 10. Sit in ea C locus foraminis chartae, G ſitus oculi, Q M recta per C & G ducta, D polus ſegmenti ſphaerici H T F V, cujus formam habet ſpeculum, & planum Q D M, quod ipſi ſpeculo perpendiculare erit, occurrat ipſius ſpeculi ſuperficiei in arcu T D, cujus arcus continuatio uſque ad rectam Q M, ſive ejuſdem plani interjectio cum toto haemiſphaerio, ad cujus radium ſpeculum tornatum eſt, & cujus punctum D eſt pariter polus, ſit ſemicirculus Q T D V M. Quod ſi ergo polis M & Q arcus circularis duci intelligatur ejuſdem ſphaerae ſegmento interceptus H D I, & alii plures hinc & inde eodem polo ipſi paralleli, ut E F, K L; hujuſmodi circuli eas faſcias terminabunt. Patet autem, ut parallelorum omnium in armillari ſphaera, ita hic horum circulorum centra fore in eorum axe Q M.

CXXIV. Porro quemadmodum anuli a vitris objectivis exhibiti pro varia oculi poſitione magnitudine varia videbantur, cum ſeſe contraherent, aut dilatarent, prout oculus ultro, citroque movebatur, ita & in his faſciis contingebat. Notandum eſt autem, quod ut hi faſciarum colores manifeſti fiant, experimentum capere opportet non per Solis radium delatum ad ſpeculum, ſed per lumen nubium a foramine ad ſpeculum propagatum contra quam in illis circulis accidit circa chartae foramen deſcriptis. Illic enim niſi vividum ſolare lumen in ſpeculum incurrat, ut inde reflectatur in chartam, ex qua iterum reflecti debet ad oculum, ſatis ſenſibile non evadit; at hic, ubi poſt primam in ſpeculo reflexionem ab oculo excipitur, nubium quoque lumen erraticum illud, ac irregulariter reflexum eſt admodum ſenſibile, ſi ſeorſim ſpectetur. Sed ſi quando Solis radius inter

 nu-

nubes intermicans in ſpeculum incidat, hujus quidem lumen ſuper ejus ſuperficie ejuſdem coloris apparet cum illo, cujus erat faſcia, in quam incidit, verùm immodico illo ſplendore ſuo reliquos omnes obruit colores, prorſus ut in bulla contingit, ſi in eo ſitu ſpectetur, in quo Solis imaginem ad oculum poſſit reflectere.

CXXV. Jam quod Mercurius, quo poſterior ſpeculi facies erat obducta, nihil ad haec phaenomena conferret, niſi quatenùs augendo reflexionem anulorum colores intendebat, exinde conſtabat, quod eo deterſo, adhuc anuli apparebant, quamvis multo languidiores, quam antea. Sed neque a prima tantum ſpeculi facie pendebant, quandoquidem ſpeculum metallicum vitreo ſubſtitutum, iiſdem exhibendis inutile deprehendebatur, nec quidquam ſanè conferre poterat in ipſo ſpeculo vitreo Mercurius ad hos colores intendendos, ſi penderent a reflexione, quae in prima ſuperficie perageretur. His addendum, quod mutata ſpeculi profunditate, ac proinde utriuſque ſuperficiei diſtantia, mutabantur anulorum dimenſiones. Cum enim primò uteretur ſpeculo, quod $\frac{1}{4}$ unciae partem profundum eſſet, aliud cepit pariter vitreum ad eamdem, quam prius, ſphaeram utrinque tornatum, cujus profunditas eſſet partium quinque ex his, quarum duae, & ſexaginta in uncia continentur. Invenit autem in hoc caſu diametros trium primorum anulorum, qua parte ipſorum orbitae clariſſimae videbantur, intervallo ſex pedum a vitro, unciarum 3, 4. $\frac{1}{6}$, 5. $\frac{1}{8}$, cum eaedem prius eſſent unciarum 1. $\frac{11}{16}$, 2. $\frac{3}{8}$, 2. $\frac{11}{12}$. Quod ſi proportio comparetur, quam habuerunt inter ſe ſpeculorum profunditates, cum iis, quas habuerunt inter ſe anulorum ejuſdem ordinis diametri, invenientur in ratione reciproca ſubduplicata profunditatum. Erant enim hae, ut $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{62}$, ac proinde ut 31 ad 10, ſive ut 310000000 ad 100000000, quorum numerorum radices ſunt 17607, & 10000; & ut prima radix ad ſecundam, ita anulorum diametri in ſecundo caſu ad diametros eorumdem in primo.

CXXVI. Tanta igitur horum phaenomenorum ſimilitudo cum iis, quae in exilioribus lamellis ſunt obſervata, manifeſtò portendit, unam eſſe eamdemque horum colorum cauſam, quamvis diverſa ratione agentem pro diverſa conditione laminae craſſae continentis plura intervallorum millia a conditione laminae exilis exiguum eorum numerum continentis. Sed ut id ipſum multo magis manifeſtum fiat, ſit in Fig. 11 centrum ſpeculi in ipſo charthae foramine in C, C A recta occurrens primae ſpeculi ſuperficiei in F, ſecundae in A, atque interſectio plani cujuſvis per eamdem tranſeuntis cum charta ſit recta Q P, cum binis verò ſpeculi ſuperficiebus ſint arcus M A N, m F n. Ac primò quidem unicus radius unius determinati coloris conſideretur, ex. gr. rubeus per rectam C A delatus ad F.

CXXVII. Hujus radii pars, quae in ipſo appulſu ad F fuerit in vicibus facilioris reflexionis, partim regulariter reflectetur in C, partim irregulariter diſpergetur circa punctum F, prout fuerit vel circa maximam di-

diſpoſitionem ad reflectendum, vel circa limites. At ea pars ejuſdem radii, quae in appulſu ad primam ſuperficiem fuerit in vicibus facilioris tranſmiſſus, progredietur fere tota, paucis irregulariter diſperſis radiis, per rectam F A ad poſteriorem ſpeculi ſuperficiem ita, ut in ipſo appulſu ad punctum A ob lamellae craſſitudinem juxta num. LIII. partim futura ſit in vicibus facilioris tranſmiſſus & trajiciatur intra Mercurii particulas abſorbenda, partim circa maximam vicis oppoſitae diſpoſitionem, & regulariter reflectatur, partim circa limites irregulariter. Has duas tantum poſtremas partes, quas radios item appellabimus, conſiderare oportet, omiſſis reliquis, utpote inidoneis ad ea, de quibus agimus, phaenomena.

CXXVIII. Quotquot ergo radii e poſteriori vitri ſuperficie regulariter reflectuntur, redibunt ad priorem ſuperficiem per eamdem rectam A F, eamdemque habebunt in ipſo appulſu ad F diſpoſitionem, quam ubi primum eo fuerant in aëre delati habuerunt. Nam in eadem illa via percurrenda intervallorum numerus erit idem, debebit autem in itu eſſe impar, cum in F fuerit facilioris tranſmiſſus, in A reflexionis, adeoque & in reditu erit itidem impar, habebuntque radii in F per num. LXV. diſpoſitionem illam facilioris tranſmiſſus, quae ibi prius habebatur. Omnes ergo radii regulariter reflexi tranſmittentur: & quidem hoc idem accidet omnibus radiis cum quacumque inclinatione regulariter reflexis in ſecunda ſuperficie laminae planis accuratè parallelis terminatae, ob inclinationem & longitudinem viae in itu, & reditu aequalem, & aequalem pariter intervallorum numerum, & magnitudinem.

CXXIX. At qui irregulariter reflectuntur in A, deferentur itinere obliquo per alias rectas, ut A H. Hi longiorem quidem habebunt viam A H, ſed ob ejuſdem obliquitatem habebunt etiam multo longiorem menſuram unius intervalli juxta ea, quae demonſtravimus num. CV. nam hic exigua particula F H ingentis circuli conſiderari poterit ut rectilinea. Quare minor erit intervallorum numerus in ejuſmodi linea obliqua, quàm in illa perpendiculari. Ac primo quidem per aliquem tractum circa F nondum deerit intervallum integrum, & radii aliquandiu tranſmitti pergent: ſed aucto paulatim angulo F A H devenietur primum ad loca, in quibus deerit unum intervallum, & retrò incipient intra vitrum reflecti, deinde ad loca, in quibus deerunt bina intervalla, & iterum incipient tranſmitti, atque ita porro creſcente angulo alii radii reflectentur, alii tranſmittentur per vices continuas, idque non in unico plano F A N, ſed circumquaque in omnibus circa axem medium A F.

CXXX. Patet igitur radios illos regulariter reflexos in A, & alios parum circumquaque inclinatos ad F delatum iri ad ipſum foramen C, & ibi circa ipſum in plano chartae maculam coloris ſui efformaturos (rubeam nimirum in caſu noſtro) ſive circularem, ſiquidem eidem plano inſiſtat recta C A ad angulos rectos, ſive ellipticam, ſi ad angulos obliquos. At circa hunc orbem coloratum anulus ſe niger diffundet angulo illi reſpondens, in quo unum vicium intervallum deerat, & aliis hinc inde modicè ab eodem diſtantibus. Nam illi radii retro reflexi non deferuntur ad eam chartae partem, quae proinde iis deſtituta nigreſcet, & nigricante

I 2 anu-

anulo rubeam maculam ambiet. Rurſus circa hunc anulum obſcurum alius itidem rubeus apparebit a radiis genitus, qui duobus deficientibus intervallis emerſerunt, & huic alter obſcurus ſuccedet radiorum defectui reſpondens, qui tribus deficientibus reflexi ſunt ad poſteriorem ſpeculi ſuperficiem: atque ita porro alternatim haberi debebunt anuli obſcuri & rubei circulares, vel elliptici, qui tamen quo magis recedent a medio, eo erunt dilutiores, tum quia in lumine illo erratico multo major habetur radiorum copia prope radium regulariter reflexum, quam procul ab ipſo, tum quia anuli, quo majorem habent diametrum, eo ampliores ſunt, & proinde eo magis in ipſis lumen diſtrahitur, & attenuatur. Quod autem metuere quis poſſet, ne forte hos anulos turbare debeant alii radii ex foramine C ad alia ſpeculi puncta delati (defertur autem tota Solis imago, quae angulum circiter dimidii gradus ſubtendat, quanta eſt apparens ejuſdem diameter, ac proinde in ſpeculo ſemidiametri pedum ſex ſpatium occupet dimidio pollice majus) hoc illum metu in ſequentibus liberabimus, ubi oſtendemus, quod ſi C fuerit centrum circulorum M N, m n, omnes anuli circulares vel elliptici ejuſdem ordinis orti a punctis ſpeculi non nimis diſtantibus ad ſenſum congruent; idque adeo in cauſa eſt, cur ea potiſſimum chartae, & ſpeculi poſitio haberi in ejuſmodi experimentis debuerit.

CXXXI. Porrò quae de anulis genitis a rubeis radiis dicta ſunt, facile ad aliorum colorum radios transferuntur, inaequalibus tamen exiſtentibus anulorum conſimilium diametris, & amplitudine in coloribus diverſis. Cum enim alii aliis minorem habeant intervallorum magnitudinem, citius etiam & in minori diſtantia ab A F incipient amittere unum intervallum, duo, tria, & ſic deinceps; ac proinde radii magis refrangibiles minoris diametri habebunt anulos, & violacei quidem minimos, rubei verò maximos. Inde autem etiam fiet, ut ipſi minus refrangibilium colorum radii minus latos habeant anulos. Nam cum decimus ex. gr. eorum anulus minus extendatur, quam decimus rubeorum, decem illorum anuli minorem amplitudinem inter ſe dividunt, quam eorum anuli decem, adeoque illorum ſinguli minus ampli ſunt, quàm ſinguli poſteriorum.

CXXXII. Et haec quidem pertinent ad ſingulas colorum ſpecies. Si jam radius Solis integer in ejusmodi ſpeculum incurrat, ſinguli colores ſuos efficient anulos, qui cum diverſae magnitudinis eſſe debeant, ſuperponentur, & commiſcebuntur, variaſque Iridum ſeries efformabunt, & varios colores compoſitos, prorſus ut in lamina aërea vitris concluſa, vel in bulla aquea ex ſimili conjunctione colorum ſupra vidimus accidere; at circa C habebitur albor ex omnium colorum commixtione ortus, non macula obſcura, & alborem conſequentur colores primo quidem minus, deinde magis commixti, donec iterum omnes ſimul permixti albedinem gignant. Supereſt ut oſtendamus, qua ratione ſingulorum anulorum pro coloribus ſingulis amplitudines determinare liceat ex data craſſitudine laminae, ratione ſinuum incidentiae, & refractionis, & ſemidiametro Sphaerae, ad quam tornatum eſt ſpeculum; ut videlicet hic etiam habeatur ratio omnes minutiſſimas licet phaenomenorum circumſtantias exigendi ad id, quod ope Geometriae & cal-

Digitized by Google

calculi theoria ſuppeditat , quemadmodum in exilium lamellarum coloribus praeſtitimus. Id autem facilè obtinebimus per ſequentis Problematis ſolutionem.

PROBLEMA III.

Data in fig. 11. craſſitudine A F ſpeculi vitrei binis ſuperficiebus parallelis terminati M N, m n, quarum commune centrum ſit in C, eo intervallo ab interiori ſuperficie m n, ut craſſitudo, & amplitudo ſpeculi ad ſemidiametrum exiguam habeat rationem, & poſita ratione ſinus incidentiae ad ſinum refractionis ex vitro in aërem ut p ad p + q: invenire viam radii A H obliquè reflexi in A, & refracti in H per H P, in quo radio numerus intervallorum vicium per A H ad numerum eorumdem per A F ſit in ratione data n — r ad n.

CXXXIII. Secetur ſpeculi craſſitudo A F in E ita, ut ſit A E . A F : : n — r . n. Erit utique numerus intervallorum in A E idem, ac numerus eorumdem in A H. Quod ſi per punctum H ducatur recta L K ad ſuperficiem normalis, & ob exiguam rationem arcus F H ad ſemidiametrum, proximè parallela radio A C, erit angulus incidentiae A H K ex vitro in aërem proximè aequalis alterno F A H, & producto radio emergente P H in D, erit angulus refractus L H P proximè aequalis interno F D H. Jam vero ſi ex aere in vitrum deveniſſet per rectam P H, debuiſſet refringi per H A, adeoque angulus incidentiae eſſet L H P, refractionis A H K, igitur angulus F D H, & F A H, qui illis aequantur, ita inter ſe comparati erunt, ut illo exiſtente angulo incidentiae ex aëre in vitrum, hic ſit angulus refractionis. Erit igitur ſinus F D H ad ſinum F A H, ut p + q ad p, adeoque ſi angulus inter hos medius F B H ſit is, cujus ſinus ſit prima è 106 mediis arithmeticè proportionalibus inter ſinum F A H, & F D H, adjecta valori p exprimenti priorem ex iis angulis non tota differentia q, ſed $\frac{1}{107}$ ejus parte, exprimetur ſinus anguli ipſius F B H per p + $\frac{1}{107}$ q. Cùm ſit verò A E craſſitudo vitri requiſita ad habendum in tranſitu perpendiculari eundem numerum vicium, qui habetur in tranſitu obliquo per A H, nimirum n - r, erit juxta num. CV. ut radius ad ſecantem illius anguli F B H, ita A E ad A F, nimirum F B. B H : : n - r. n.

CXXXIV. Fiat igitur ut n — r ad n, ità radius ad ſecantem cujuſdam anguli; & is erit angulus ille medius F B H; ex quo invenitur angulus F A H, ſi fiat p + $\frac{1}{107}$ q ad p, ità ſinus anguli F B H ad ſinum quaeſitii.

ſiti F A H, qui determinabit directionem radii obliquè reflexi A H intra vitrum. Quod ſi demum fiat, ut $p + \frac{1}{107} q$ ad $p + q$, ita ſinus ejuſdem anguli F B H ad quartum, is erit angulus F D H, ſive C D P, quem intrà ſpeculi craſſitudinem continebit radius emergens H P cùm directo C A, & determinabit amplitudinem circuli, quem radius habens per A H numerum vicium n — r circumquaque in ſpeculo ſphaerico circa A F, deſcribet in plano circa C perpendiculari ipſi A C. Quod Erat Inv.

CXXXV. Aſſumpſimus in ſolutione rationem B F ad B H eamdem eſſe cùm ratione radii ad ſecantem anguli F B H. Id quidem accuratè verùm non eſt, ſed ſine ullo errore ſenſibili poteſt aſſumi, ubi ſpeculi craſſitudo, & amplitudo exiguam habet ad ſemidiametrum C F rationem. Si enim circa punctum B intervallo B H circulus deſcribatur occurrens radio C F producto in G, & g, & ex puncto H recta duci intelligatur ad radium normalis, quae eidem occurrat in i, erit H i ſinus utrique circulo m n, G H g communis, & B i ad B H, ut radius ad ſecantem ejus anguli accuratè, adeoque F i totus error admiſſus cùm pro B i aſſumpta eſt B F. Eſt autem $H i^2 = G i \times i g$, & rurſus $H i^2 = F i \times 2 (C F - F i)$ ac proinde $G i \times i g = F i \times (2 C F - F i)$, & $2 C F - F i . G i :: g i . F i$. Patet autem G i ad radium C F, & multo magis ad 2 C F - F i habere rationem exiguam, ſi nimirum numerus r vicium, quae deſunt ſit exiguus, & idcirco exiguus angulus F D H, & arcus F H. Igitur & F i erit exigua reſpectu g i, & reſpectu B g, vel B H majoris ejus dimidio, quam ibi patet etiam reſpectu G i exiguam fore. Potuit igitur contempta F i ſumi B F pro B i ſine ullo errore ſenſibili.

CXXXVI. Cum autem ſit exiguus angulus F D H, erunt exigui & anguli F B H, F A H. Quare rectae A F, B F, D F erunt ad ſe invicem proximè ut A H, B H, D H, quae ſunt reciprocè ut ſinus angulorum poſitorum in A, B, D: hoc eſt in ratione reciproca data ipſarum p, $p + \frac{1}{107} q$, $p + q$.

CXXXVII. His animadverſis, generalis formula eſt invenienda, qua exprimatur amplitudo anuli C P pro quovis dati generis radio, pro data vitri craſſitudine, numero vicium, & diſtantia ſuperficiei C P a ſpeculo: exinde enim conſtabit quaenam futura ſit illius amplitudinis variatio, eorum quolibet immutato; ſimulque intelligetur an ex Theoria talia conſequantur phaenomena, qualia ſunt obſervata.

CXXXVIII. Sit ſpeculi craſſitudo $F A = a$, longitudo unius intervalli in dato quovis radiorum genere ad perpendiculum incidente in datum medium ſit b, eritque numerus intervallorum in A F, ſive $n = \frac{a}{b}$, & quoniam $B F . A F = a :: p . p + \frac{1}{107} q$, erit $B F = \frac{a p}{p + \frac{1}{107} q}$. Rurſus cum ſit $B F . B H (= B G) :: n - r . n$; erit etiam $B F . B G - B F (= F G)$ :: n

$::n-r.r$, ac proinde $FG=\frac{apr}{(n-r)\times(p+\frac{1}{107}q)}=\frac{apr}{n\times(p+\frac{1}{107}q)}$ ob r reſpectu ipſius n, ut ſupponimus, admodum exiguam. Hinc habetur $FH^2=2BF\times FG=\frac{2a^2p^2r}{n\times(p+\frac{1}{107}q)^2}$: & cum ſit $AF.DF::p+q.p$; erit $DF=\frac{ap}{p+q}$. Demum $DF.FH::DC.CP=\frac{DC\times FH}{DF}$; ac proinde $CP^2=\frac{DC^2\times FH^2}{DF^2}$, ubi ſi diſtantia CD dicatur d, & pro DC, & FH ponantur valores jam à nobis inventi, & pro n ponatur $\frac{a}{b}$, erit $CP^2=$

$$\frac{2a^2d^2p^2r}{\frac{a}{b}\times(p+\frac{1}{107}q)^2\times\frac{a^2p^2}{(p+q)^2}}=\frac{2bd^2r\times(p+q)^2}{a\times(p+\frac{1}{107}q)^2}$$

CXXXIX. Jam vero ope hujus formulae facile invenientur omnia, quae pertinent ad abſolutas eorum anulorum menſuras, & ad mutuas eorum relationes, quae obveniunt utcumque mutatis valoribus illis, qui formulam ipſam conſtituunt. Maneant primo omnia reliqua, & mutetur tantummodo numerus r, quo intervalla vicium in reflexo radio AH diſtant ab earum numero, quae fuerant in FA. Erit praedicta formula, ut ille ipſe numerus r, qui in ea variabitur ſolus, & in numeratore ſolo invenitur cum unica ſolum dimenſione r, & quoniam hic numerus variatur in progreſſione arithmetica, ſiquidem reflectuntur alternatim radii, & tranſmittuntur, prout deficiunt à numero vicium in FA per numeros impares, aut pares; patet theorema obſervationibus congruens, nimirum:

Si radii unius, ejuſdemque generis à poſteriori ſuperficie ſpeculi irregulariter reflexi emergant alternatim è priori ſuperficie, & reflectantur; quadrata diametrorum in anulis coloratis, quos emergentes efformabunt in plana ſuperficie ad ſp culi diametrum normali, erunt in progreſſione arithmetica, & in arithmetica progreſſione erunt pariter quadrata diametrorum in anulis obſcuris interjectis ob defectum radiorum, qui reflectuntur.

CXL. Rurſus ſi, manentibus reliquis, mutetur diſtantia $DC=d$, erit ea formula quadratum ſemidiametri exprimens, ut d^2 quadratum diſtantiae, adeoque diameter anuli CP, ut ipſa diſtantia. Quare

Erunt in eodem caſu diametri anulorum unius, ejuſdemque ordinis, quos unius certi generis radii efformabunt in ſuperficie corporis opaci ad ſpeculi diametrum normali, & in diverſis ab ipſo ſpeculo diſtantiis in ratione ſimplici ipſarum diſtantiarum.

CXL. Tertiò: ſi maneat craſſitudo vitri, diſtantia DC, & numerus r, mutetur autem radiorum genus, manent in ea formula a, d^2, r, variantur autem b, p, & q, unde erit CP^2, ut $b\times\frac{(p+q)^2}{(p+\frac{1}{107}q)^2}$: Et

quo-

quoniam in hac ipſa quantitate ob valorem q in diverſis radiis modicè immutatum fractio manet ad ſenſum eadem, erit quam proximè CP^2, ut b, ſeu CP, ut $\sqrt{b}$. Nempe

Diametri anulorum unius, ejuſdemque ordinis in diverſi generis radiis in idem ſpeculum incidentibus, ſunt in ratione ſubduplicata longitudinis intervallorum; & cum longitudines intervallorum in colorum confiniis ſint, ut radices cubicae quadratorum earum chordae longitudinum, quibus redduntur voces in octava progrediente per tertiam minorem, & ſextam majorem; erunt diametri anulorum unius, ejuſdemque ordinis in confiniis rubei, & aurei, aurei, & flavi, & ita porrò, ut radices cubicae eorum numerorum $1, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{9}{16}, \frac{1}{2}$.

CXLI. Demùm, ſi manentibus reliquis, mutetur ſpeculi craſſitudo, mutabitur in formula tantummodo quantitas a, eritque CP^2, ut $\frac{1}{a}$, CP, ut $\sqrt{\frac{1}{a}}$. Nempe

Si unius, ejuſdemque generis radii in diverſae profunditatis ſpeculis irregulariter reflexi ad eaſdem a ſpeculis diſtantias excipiantur, erunt anulorum unius, ejuſdemque ordinis diametri in ratione inverſa ſubduplicata profunditatum.

CXLII. Atque ita quidem harum quantitatum relationes tales ex Theoria conſequuntur, quales fuerant ab experimentis exhibitae. Nunc ſi in abſolutis quoque periculum fiat, non minor conſenſus deprehendetur. Erat ſpeculi profunditas $a = \frac{1}{4}$ unciae, diſtantia chartae a ſpeculo d ſex pedum, aut unciarum 72. Poſita autem ratione ſinus incidentiae ad ſinum refractionis ex vitro in aerem, ut 11 ad 17 (quae ratio poteſt hic eadem pro omnibus retineri, cum mutato parum admodum valore q reſpectu p ratio $\frac{p+q}{p+\frac{1}{107}q}$ nihil ad ſenſum mutetur, nec formulae valorem mutare poſſit), erit $p = 11$, $q = 6$, & $p + \frac{1}{107}q = \frac{1183}{107}$: demum cum ſit intervallum unius vicis in confinio aurei, & flavi in aere $\frac{1}{178000}$, erit intervallum ejuſdem in vitro $= \frac{11}{17 \times 178000} = \frac{1}{275091}$. Sumantur jam logarithmi $(p+q)^2 = (17)^2$, & $(p+\frac{1}{107}q)^2 = \frac{(1183)^2}{107}$, nec non $d^2 = (72)^2$, & $a = \frac{1}{4}$, & habebitur logarithmus valoris

$2d^2$

$2d^2 \times (p+q)^2$ diviſi per $a\,(p+\frac{1}{107}q)^2 = 4.9914509$, qui manentibus diſtantia, ſpeculi profunditate, & ratione ſinuum refractionis, & incidentiae, idem ubique manet. Jam ſi pro r ſucceſſivè ſubſtituantur 2, 4, 6, 8, quae ſunt vices, quibus deficiunt a vicium numero in A F radii emergentes ad primum, ſecundum, tertium, & quartum anulum efformandum, & pro intervallis b in diverſis radiorum generibus diverſis ſumantur valores ſui, invento logarithmo quantitatis b r, habebitur pro quovis anulo cujuſcumque coloris logarithmus totius formulae $\frac{2bd^2 r \times (p+q)^2}{a \times (p+\frac{1}{107}q)^2}$, cujus dimidium erit logarithmus valoris P C, ſive ſemidiametri anuli ipſius. Inito calculo invenientur ipſae ſemidiametri, eruntque diametri, harum duplae, in primo, ſecundo, tertio, & quarto anulo, quos quidem efficiunt radii in confinio aurei, & flavi 1. 691, 2. 392, 2. 930, 3. 383, qui numeri cum dimenſionibus inventis 1. $\frac{11}{16}$, 12. $\frac{3}{8}$, 2. $\frac{11}{12}$, 3. $\frac{3}{8}$, ita conſentiunt, ut nulla interveniat differentia, quae non ſit omnino contemnenda.

CXLIII. Quod ſi jam liberet diametros anulorum in omnium colorum confiniis ſupputare, non difficile eſſet ſingulorum in quavis ſerie amplitudinem definire, atque inde ſuperpoſitionem, & colorem ex eadem emergentem; immò & ſchala conſtrui poterit illi ſimilis, quam pro lamellarum profunditate in Fig. 8. conſtruximus, cum duplici tamen diſcrimine. Primum eſt, quod recta G X, quae ibi dividebatur in ea ratione, quam habent inter ſe radices cubicae quadratorum 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$ &c., nunc ita erit dividenda, ut ſegmenta ſint in ratione, quam habent radices cubicae ipſorum numerorum ſimplicium; quandoquidem haec eſt ratio, quam habent inter ſe ejuſdem ordinis anulorum diametri in praedictis colorum confiniis. Alterum diſcrimen eſt, quod ibi quidem aſſumpto intervallo coloris violacei extremi, dividebatur recta M F in ſerie continua arithmetica 1, 2, 3 &c., quia in eadem lamellae pellucidae profunditas progrediebatur, quae in certa vice radios reflecteret, vel tranſmitteret. At nunc, ut eadem recta exhibeat diametros anulorum, quos exhibent extremi radii violacei in ſuo quilibet ordine, oportet talia rectae M F ſegmenta aſſumere, ut ſint ut 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ &c., ſiquidem non diametri, ſed diametrorum quadrata ſunt in ſerie naturali numerorum, ac proinde diametri ipſae ſunt ut eorumdem radices.

CXLIV. Sed haec facilè perficient, quibus otium ſuppetet, & voluntas; nunc quod hoc loco praecipuè agebamus, ut totam vicium Theoriam ex hoc novo phaenomeno iterum deduceremus, tam abunde praeſtitit Theoriae cum obſervationibus in praedictis dimenſionibus conſenſus, ut ii ſolum, quibus ignotus eſt Geometriae, & calculi ſermo, dubitare poſſint, ſit ne idem futurus conſenſus, ſi ad colorum ſucceſſione exploran-

randam adhibeatur. Conſenſum autem ejuſmodi nequaquam turbant radii illi a prima ſuperficie reflexi, & radii in ingreſſu in primam ſuperficiem irregulariter refracti, tum inde reflexi, cum utrique ſint multo pauciores, quam qui e ſuperficie Mercurio obducta adveniunt, & poſteriores adhuc idem praeſtare debeant in ſuo regreſſu in iiſdem inclinationibus, quod ii, de quibus locuti ſimus.

CXLV. Praeterea alia duo ad hanc Theoriam illuſtrandam omnino nequeunt praetermitti, quorum alterum pertinet ad anulorum colores in charta illa depictos, alterum ad colores, quos oculus in ipſo ſpeculo intuetur in illis faſciis, quarum phaenomenum ſupra etiam expoſuimus.

CXLVI. Quod ad primum attinet, conſideravimus hactenus anulos genitos radiis, qui irregulari reflexione divelluntur ab unico radio C A ad repagulum Q P perpendiculari; ſed quum praeter hunc radium plures alii in ſpeculum incurrant, qui circa centrum foraminis C tamquam a puncto radiante ſe in orbem diffundunt, ut ſupra monuimus, & radius in quamvis ſpeculi particulam incurrens ſuos in eadem charta anulos efformet, videndum, quo pacto fiat, ut anuli lucidi ab una particula efformati, ubi etiam unius tantummodo coloris radii in ſpeculum incurrunt, non incidant in anulos nigros, ac proinde non tota charta eodem uniformi colore perfundatur, ac integro radio albo in magnam ſpeculi partem incidente coloribus omnibus ſuperpoſitis tota itidem non albeſcat.

CXLVII. Ut idipſum planum fiat, in Fig. 11. ſit T X V ſectio ſegmenti ſphaerici facta plano ducto per ejus axem C X, ac ex centro C ſphaerae, ad quam ipſum tornatum eſt digreſſi unius certi generis radii C A, C B, C D, C E, C F partim ab ejus poſteriori ſuperficie regulariter reflexi reſilire cogantur ad centrum ipſum, partim irregulariter diſpergantur in planum perpendiculare ipſi axi C X, cujus ſectio cum plano T C F ſit recta N C L; & quaeratur ſpatium, per quod in eo plano ſeſe diffundent quotquot è ſpeculo emergunt eodem numero vicium deficientes ab iis, quae ſunt in ſpeculi profunditate X Z; hi enim ſunt, qui ſi aliquanto majus occupent ſpatium confuſionem parient aliorum claris anulis, in aliorum obſcuros incidentibus, & totam turbabunt rem.

CXLVIII. Primo quidem ſit in fig. 12. angulus C D O aequalis illi C P D figurae 11, in quo nimirum prodit radii C Z X pars illa, quae certum circulum certi anuli exhibere debet, & ipſi perpendicularis agatur C Q, tum centro C intervallo C Q deſcribatur circulus occurrens rectae N L in H, & G. Patet ſi ex quovis puncto A ducantur ad eum circulum tangentes A S, A I, occurrentes ipſi rectae N L in M, L, radios directionibus A M, A L prodeuntes e ſpeculo, & pertinentes ad radium C A exhibituros eamdem Luminis partem ad eumdem anulum pertinentem; cum nimirum ob perpendicula C I, C S aequalia eidem radio circuli C Q, & inter ſe, anguli C A I, C A S aequales ſint eidem angulo C D Q, exiſtentibus C S, C I, C Q ſinibus eorum angulorum ad ſinus totos aequales C A, C D; unde etiam conſequitur, omnes angulos A C I eidem D C Q aequales eſſe. Verum ii radii, qui circumquaque circa axem D C ſuperficiem coni recti deſcribent, ut radii D Q, D R in plano N L,

non

non deſcribent circulum, ſed Ellipſim quandam, cujus axis tranſverſus M L conjugatus autem aequalis duplae C O; quod ex conicis facile patet.

CXLIX. Minimam autem in recta N L radii in eo angulo incurrentis diſtantiam, patet, fore ſemidiametrum C G, vel C H, circuli H I G. Ductis enim G E, H B perpendicularibus ipſi N L uſque ad circulum A D, illae ipſae erunt tangentes ejus circuli, & anguli C E G, C B H erunt aequales illi C D Q: tum recedendo ab E verſus A, tangens D Q occurrit rectae N L in aliquo puncto O extra circulum, & tangens A I pertinens ex eadem parte ad punctum A ſitum ultra D in alio remotiore L. Facile enim demonſtratur angulum I C L aequari A C E; nam demendo ab angulo A C I angulum A C E remanet I C L, & demendo ab eodem angulum E C L aequalem angulo A C I remanet A C E. Eſt autem C L ſecans anguli I C L, quae eo aucto augeri debet. Quare eadem augeri debet aucto angulo A C E; unde facile deducitur illud, ſi ſumatur punctum A omnium remotiſſimum ab E, & ducatur tangens A I L ad eam plagam reſpectu C A, ad quam jacet G E reſpectu C E, maximam omnium ejuſmodi radiorum diſtantiam fore C L, & eodem pacto ſi ſumatur punctum F omnium remotiſſimum a B, & ducatur tangens F K N occurrens rectae N L in N, erit C N maxima diſtantia radiorum in eo angulo reflexorum ex altera parte, quae erit aequalis ipſi C L, ſi arcus E A, B F, adeoque & D A, D F aequales ſint. Quare ſi in illo plano perpendiculari ad axem ſpeculi C D deſcribantur bini circuli radiis C G, C L, inter ipſorum peripherias continebitur omne lumen in eo angulo egreſſum, eritque C G ad C L, ut radius ad ſecantem anguli E C A, ac omnis eorum radiorum dilatatio continebitur intra exceſſum ſecantis ejus anguli ſupra radium.

CL. Quod ſi radii non occupent totum ſpeculum, ſed aliquam ejus partem quamcumque, concipiendus erit in ſphaerae ſuperficie circulus polo D tranſiens per E, & B, & ſumendae diſtantiae ab eo punctorum, in quae radii incidunt, maxima, & minima, tam ex parte E, quam ex parte circuli oppoſita B, & exhibebunt amplitudines binorum anulorum, in quos diffundentur omnes radii in dato angulo egreſſi ex illa parte ſpeculi, quorum alteram determinabunt binae diſtantiae ex parte E, alteram binae ex parte oppoſita B. Alterius autem anuli exterior circulus ab interiore alterius diſtabit per differentiam ſecantis maximae ex parte propiori a minima ex parte remotiore. Sed ea omnia exemplis clariora fient.

CLI. In primis, quoniam num. CXLII. extitit C P figurae 11. pro tertio anulo = 2. 930. earum partium, quarum C D = 72, & ipſae C P creſcunt in ſubduplicata ratione numerorum anulos exprimentium, pro anulo duodecimo erit C P duplo major, nimirum 5. 860. Eſt autem D C ad C P, ut ſinus totus ad tangentem anguli C D P. Igitur factis ut 72 ad 5. 860 ita 100000. ad quartum = 8139, haec erit tangens anguli 4°. 39′ quam proximè. Quoniam aliquando Newtonus etiam uſque ad 12. anulos ope priſmatis vidit, ſumamus hanc anguli maximi amplitudinem, ex qua nimirum maxima aberratio radiorum ad diverſas ſpeculi partes pertinentium oriri poteſt. Ponamus praeterea, ſpeculi amplitudinem A F in fig. 11.

 fuiſ-

fuiſſe gr. 10, nimirum circiter pedis unius, & erit D A graduum 5.

CLII. Incurrant jam radii ſatis vividi in totum ſpeculum, & arcus E A in fig. 12. erit graduum 9.° 39', cujus ſecans 101431 excedit radium 100000 per $\frac{1435}{101435}$, ſive per $\frac{1}{70}$ ſui partem. Porro cum illae ſemidiametri C P figurae 11. ſint in ratione ſubduplicata numeri ordinem anulorum exprimentis, ad quos circuli pertinent, eſt radius circuli pro anulo 12 ad radium pro anulo 13, ut $\sqrt{12}$ ad $\sqrt{13}$, ſive ut 100000 ad 104083, quamobrem intervallum illud inter binos proximos circulos ex binis vicibus ortum eſt $\frac{4083}{100000}$ partium totius, ſive $\frac{1}{24}$ proximè, triplo ferè major, quam illa dilatatio ex aberratione orta. In praecedentibus autem circulis, in quibus, & D E eſt minor, & circuli binorum ordinum ad diverſas vias pertinentium magis inter ſe diſtant, multo majus eſt hoc diſcrimen, & exceſſus diſtantiae circulorum ad idem radiorum genus pertinentium ſupra difuſionem ortam per aberrationem.

CLIII. Verum hic quidem poſuimus totum ſpeculum radios excipere, in quo caſu dilatatio illa eſt ſane exigua, ſed non inſenſibilis. Verum Solis imago totum ſpeculum illud occupare non poteſt, cum diametrum habeat circiter dimidii gradus, adeoque occupet gradum dimidium ejuſdem ſpeculi. Determinabimus effectum ejus aberrationis poſito centro imaginis Solaris primo quidem in D, tum in media diſtantia inter D, & E, ac demum in E, quod punctum eſt hic circa ſpeculi finem. In primo caſu diſtantia maxima tam ab E quam a B erit 4.° 39' + 15' = 4.° 54', minima 4.° 39' − 15' = 4.° 24'. Prioris ſecans 100367, poſterioris ſecantem 100296 excedit per 71 nimirum per $\frac{1}{1413}$ ſui partem. Quare diffuſio fit per ſpatium prorſus inſenſibile. In ſecundo caſu poſita diſtantia centri a D = 2.° 20', erunt binae diſtantiae ab E, 2.° 19' + 15', = 2.° 34', & 2.° 19' − 15' = 2.° 4', binae diſtantiae a B = 6.° 59' + 15' = 7.° 14', & 6.° 59' − 15 = 6.° 44'. Illarum ſecantes 100100, & 100065, exhibent differentiam 35, harum 100802, & 100695, exhibent differentiam 107. In eo caſu totum lumen ejuſdem generis diffundetur per binos anulos, quorum primus clauditur primis illis binis ſecantibus, ſecundus poſterioribus, & illius quidem amplitudo eſt $\frac{35}{100100}$, hujus $\frac{107}{100802}$ totius, utraque perquam exigua, diſtantia autem ipſorum mutua 100695 − 100065 = 630, major quidem, sed adhuc $\frac{1}{160}$ totius. In tertio demum caſu binae diſtantiae ab E ambae ſunt 15'; a B ſunt 4.° 39' + 15' = 4.° 54', & 4.° 39' − 15' = 4.° 24'. Illarum ſecantes ambae 1000000, totum lumen ex altera parte in unico circulo colligunt, harum vero 100367, & 100296 exhibent differentiam $\frac{71}{100367}$ totius, admodum exiguam pro ampliore anulo, qui

qui-

quidem anulus ab illo circulo diſtabit 100296 — 100000 = 296, quae eſt pars totius adeo exigua, ut e partibus ipſius 238 vix vnam occupet, adeoque inſenſibilis eſt.

CLIV. Ex his omnibus patet, fore aliquam quidem non inſenſibilem expanſionem, ſi ingens ſpeculum totum ſimul illuminetur, fore multo minorem, & fere inſenſibilem in binos anulos, ubi Solis radius incurrat ſatis procul a medio D, at inſenſibilem prorſus per unicum anulum, ubi Solis radius prope ipſum centrum D incurrat, quod nimirum praeſtari ſolet, collocata charta ita, ut ad radium ipſum Solis perpendicularis ſit, quo pacto ſemper habetur incidentia in illud punctum D, quod etiam ut ſpeculi medium conſideravimus, & quod diffuſionem exhibet per unicum anulum perquam exiguam. Caeterum multo etiam minor in circulis ad praecedentes anulos pertinentibus habetur diffuſio. Nam angulus pro tertio anulo duplo circiter minor, quam pro duodecimo, nimirum circiter 2.° 20, exhibet binas diſtantias 2.° 35', 2.° 5', quarum ſecantes 100102, 100066, exhibent amplitudinem diſperſionis $\frac{36}{100102}$, ſive $\frac{1}{2781}$ totius multo magis inſenſibilem, quam ſit ea anuli duodecimi $\frac{1}{1411}$ totius. Patet autem hanc etiam diffuſionem in cauſa eſſe debuiſſe, praeter ipſam illam luminis tenuitatem, de qua meminimus ſupra num. CXXX., cur Newtonus, ne Priſmate quidem ad majorem anulorum ſeparationem adhibito plures, quam 12, vel ad ſummum 16 anulos unquam deprehendere potuerit, quod ipſi multo magis ex hoc capite accidere debuit, ſi charta ad radium Solis obliquior extitit, ut punctum D a recta chartae, perpendiculari determinatum ab ipſo Solis radio multo magis, quam pro ſuperioribus menſuris, recederet, extra ipſum etiam ſpeculum cadens, ſecantium differentiis multo magis creſcentibus.

CLV. Et haec quidem de anulis, quos in illa ipſa charta depictos oculos intuetur, notanda erant. Nunc ad ea phaenomena explicanda faciendus gradus, quae oculus in ipſo ſpeculo immediate intuetur. Newtonus quidem haec ipſa phaenomena & obſcurè admodum, & contractè innuit per haec verba. *Cum oculum meum collocaſſem eo in loco, ubi anuli videbantur maniſeſtiſſimi, ſpeculi faciem conſpicatus ſum colorum faſciis undatam, illarum ſimilibus, quae in obſervationibus primae partis hujus libri inter bina vitra objectiva, & in aquis bullae viſae ſunt, at amplioribus multo. Item hae eodem modo, atque illae, pro variis oculi poſitionibus magnitudine varia videbantur dilatantes ſe, ac contrahentes pro eo, ut oculum meum ultro, utroque moverem. Specie, ac forma erant arcuum circulorum concentricorum, ſicuti & illae, cumque oculus meus poſitus eſſet ex adverſo centri concavitatis ſpeculi (quod erat ſcilicet intervallo pedum 5, & unciarum 10 a ſpeculo), centrum ipſarum commune in eadem erat recta linea cum centro illo concavitatis, & cum foramine in feneſtra. Verum in aliis oculi poſitionibus, centrum ipſarum alias itidem habebat poſitiones*. Haec Newtonus, ubi multa notanda diligenter ſunt.

CLVI. Videtur quidem ipſe innuere faſcias circulares ipſius ſpeculi formae paral-

rallelas habentes centrum commune alicubi in axe ſpeculi, ſimiles illis, quae inter vitra objectiva videntur totae, ut & in bullis, in quibus pariter integrae faſciae videntur; & quidem ipſum axem ſpeculi videtur innuere, cum nominat rectam tranſeuntem per foramen feneſtrae, & centrum concavitatis ſpeculi, nam monuerat ſupra de poſitione ſpeculi, in qua chartae foramen eſſet feneſtrae foramini proximum ante ipſam, & ibidem centrum ſpeculi. At ex iis, quae mox demonſtrabimus, manifeſto evincitur, illas faſcias longe aliam formam, ac poſitionem habuiſſe, nimirum non fuiſſe terminatas arcubus circulorum concentricorum, nec habuiſſe centrum commune, ſed polos communes, ut etiam in bulla illa centrum quidem faſciarum commune non eſt, ſed polus, & hic quidem patebit, polos eſſe in fig. 10. illos Q, & M, quos num.CXXXIII. expoſuimus, adhibito a Newtono vocabulo *centro* pro *polo*; nec polum hunc ipſum eſſe in axe ſpeculi, ſed in recta axi ipſi perpendiculari tranſeunte ſemper per centrum concavitatis C, & oculum O, quod centrum ſi non prorſus congruat cum foramine feneſtrae, ſpeculo nonnihil inclinato, & oculus poſitus ſit ex adverſo, nimirum in eadem recta jungente centrum concavitatis cum foramine; recta, quae per oculum, & centrum concavitatis tranſit, tranſire debet etiam per foramen feneſtrae, & polus, qui jacere debet in recta jungente oculum cum centro concavitatis, jacebit itidem in recta jungente foramen cum illo ipſo centro. Eſt autem admodum veroſimile, Newtonum ipſum in hoc phaenomenum per Geometriam non inquiſiviſſe, analogia ſola, & obſervatione contentum. Omittit enim conditionem poli communis circulorum jacentis in directum cum oculo, & centro, quae etiam generalis eſt, & ſolum enunciat in aliis oculi poſitionibus alibi centrum eſſe, ſine ulla determinatione certa. Illa autem inclinatio ſpeculi debuit conferre plurimum ad coloratas faſcias videndas. Nam ejus vi axis ille C D inclinatus ad ipſam rectam, quae oculum cum eodem centro conjungit, debet plurimum recedere a punctis ſpeculi, e quibus radii reflexi diſcedunt, & eo receſſu ſit, ut differentia ſecantium illarum ſit major, ac ad idem loci punctum, in quo oculus ſitus eſt, non deferantur radii ejuſdem generis ab omni ſpeculo, ſed iis diſperſis per ingens ſpatium G L, H N fig. 12., ad idem punctum illud deferantur ex aliis ſpeculi partibus colores alii, ut iccirco colores ipſe etiam viderit alibi alios. Sed aggrediamur ipſum phaenomeni originem, atque indolem.

CLVII. Sit in fig. 13. T D V arcus idem ille, ac in fig. 12, exiſtente C D perpendiculari ad C G, & primo quidem radii ingrediantur per foramen in ipſo concavitatis centro C ſitum, oculus autem in G poſitus excipiat quemdam colorem viſum ſub angulo quodam C D G, quaeranturque omnia puncta; in quibus eumdem prorſus colorem videre poſſit. Circumſcribatur triangulo D C G circulus, qui neceſſario debet ex altera parte abire extra circulum T D V per arcum aliquem D a d, tum ipſum iterum ſecare alicubi in d; debet enim centrum ipſius novi circuli jacere in media baſi D G illius trianguli rectanguli ad C, adeoque extra radium C D. Porro in d iterum habebitur angulus ille ipſe C d G ex circuli natura aequalis C D G; in quovis autem puncto b aſſumpto in arcu D d erit angulus

gulus C b G major quam C a G internus, & oppoſitus, adeoque major quam C D G, & in quovis puncto B poſito extra arcum D d angulus C B G minor externo C A G, adeoque minor quam C D G. Quare in ſolis punctis D, d ejus arcus videbitur ex G radius illius generis, qui nimirum in eo angulo ad oculum deveniat, & ſi ſpeculum totam adaequaret ſphaeram, ac circa axem C G rotaretur arcus D d, puncta quidem ipſa D d deſcriberent circulos parallelos habentes centra in ipſo axe, & polos in concurſu axis ejuſdem cum arcu T D V continuato, ut in fig. 10. in Q M, ac ex omnibus punctis eorum circulorum deferretur ad oculum G lumen in eodem angulo, adeoque pertinens ad ejuſdem prorſus generis colorem. In angulis vero C b G idem prorſus color per anulum ejuſdem ordinis, ſive per defectum ejuſdem numeri vicium, videri non poſſet. Quod ſi angulus C b G ſit tanto major, vel C B G tanto minor alicubi ipſo angulo C D G, quantum poſcit idem prorſus color cum defectu minoris, vel majoris numeri vicium erumpens e ſpeculo; ibi iterum in circulo prioribus parallelo apparebit color ille ipſe. Si vero ſpeculum exiguum aliquam excipiat ſuperficiei ſphaericae portionem, color idem prorſus apparebit in arcubus illorum eorumdem circulorum parallelorum eodem ſpeculo interceptorum.

CLVIII. Porro facile datis punctis C G, & radio ſpeculi C D inveniri poterunt & per conſtructionem, & per calculum illi bini circuli in quibus ſolis datus color videri poſſit. Nam ex illa formula num. XXXIX., $\sqrt{\left(\frac{2bd^2r\times(p+q)^2}{a\times(p+\frac{1}{107}q)^2}\right)}$ exprimit rectam C P Figurae 11, & eſt, ut C D = d ad C P eâ formulâ expreſſam, ita ſinus totus ad tangentem anguli C D P, cujus valor erit $\sqrt{\left(\frac{2br\times(p+q)^2}{a\times(p+\frac{1}{107}q)^2}\right)}$. Quare facile ex eadem formula pro quovis determinato colore involuto in illa longitudine intervalli b, & quovis numero intervallorum deficiente involuto in illo valore r invenietur angulus ipſi reſpondens.

CLIX. Fiat jam ſupra rectam C G ad partes D ſegmentum circuli, quod capiat illum angulum inventum, qui circulus ſi ob angulum inventum nimis magnum, nuſquam occurrat arcui ſpeculi T D V, intra ipſum contentus, nuſquam videri poterit is color in ſpeculo per eum intervallorum defectum. Si imminuto angulo ipſum tangat, in unico puncto tanget inter D, & d, ut in b, & facile ipſum b etiam ſine ejus ſegmenti deſcriptione invenietur, ducendo ex G rectam perpendicularem C G, donec occurrat circulo T D V in puncto b. Nam circulus diametro C b deſcriptus tanget circulum T D V in b, & ob angulum C G b rectum tranſibit per G. Si angulo adhuc imminuto augeatur circulus, is jam ſecabit arcum T D V, quem, ſi is in ſemicirculum compleretur, ſemper in binis punctis ſecaret, utcumque imminuto angulo augeretur circulus, & eae interſectiones per Geometriam exhibitae problema ſolverent. Nam is color per illum intervallorum defectum videretur tantum in peripheriis circulorum parallelorum tranſeuntium per illum unicum contactum; vel

Digitized by Google

vel per illas binas interſectiones, nimirum in unica in primo caſu, in binis in ſecundo, & quo angulus minor eſſet, eo magis puncta, in quibus videretur, diſcederent ab illo puncto b, hinc vel inde, ac proinde in ſpeculo continente ſegmentum quoddam hemiſpherii, pars earum peripheriarum tantummodo eo ſegmento incluſa problema ſolveret, & altera e binis peripheriis, vel etiam utraque poſſet extra ſpeculum cadere tota.

CLX. Puncta illa etiam facili trigonometrico calculo inveniuntur pro datis angulis. Datur enim in quovis triangulo C G d latus C d, & latus C G, adeoque ſi fiat, ut C G ad C d, ita ſinus anguli dati C d G ad ſinum anguli quaeſiti C G d, invenientur bini illum habentes ſinum, qui ſimul complent ſemicirculum, ut C G D, C G d. Patet autem, ex hac ipſa ſolutione maximum angulum haberi poſſe, ubi ejus ſinus ad radium ſit, ut eſt C G diſtantia oculi a centro ad C d diſtantiam ſpeculi a centro, aliter obveniret ſinus radio major. Id autem accidet, ubi d fuerit in b, & angulus C G b rectus, quo caſu C G eſt ſinus anguli C b G ad radium C b. Patet autem & illud, rectas G D, G d ad bina puncta focia tendentes cum recta G b anguli maximi ex omnibus poſſibilibus angulos aequales continere hinc, & inde, cum debeant bini anguli C G D, C G d complentes ſemicirculum aeque differre a recto C G b.

CLXI. Data igitur C G, & C D facile invenietur angulus ille omnium maximus, factis, ut D C ad C G, ita radius ad ſinum ejus anguli. Omnes anguli omnium colorum habebuntur in ſpeculo aequante ſemicirculum: in ſpeculo aſſumente ſegmentum habebitur limes quidam, aſſumpto puncto B remotiſſimo a b, & reſoluto triangulo B C G, in quo dabuntur latera G C, B C, & angulus B C G compoſitus ex recto D C G, & angulo B C D menſurato ab arcu B D. Ut exemplo res illuſtretur, ſit C D = *72* ut prius, C G = *6*, factis, ut *72* ad *6*, ita ſinus totus *100000* ad *8333*, is erit ſinus anguli maximi *4.° 47'*. Sit autem arcus D B gradum *6°*, & erit angulus G C B = *96.°*, ac ſumma angulorum ad B, & C = *84°*, ſemiſumma = *42°*. Factis igitur ut ſumma laterum B C, C G = *78* ad differentiam = *66*, ita tangens ſemiſummae angulorum ad B, & G, ſive tangens *42°* = *90040* ad *76188* tangentem ſemidifferentiae = *37° 18*, quo angulo ablato a ſemiſumma *42°*, habetur *4.° 42'*, qui erit minimus angulus; & omnes colores, qui videri poterunt ii, qui angulos habent inter *6°*, & *4.° 42'*. Quod ſi diſtantia oculi eſſet = *20*, & ea ejus poſitio, ut recta C D perpendicularis ad C G caderet gradibus *20* procul a fine ſpeculi T, haberetur ut *72*, ad *20* ita radius = *100000.*, ad *27778* ſinum anguli maximi, qui eſſet *16.° 7'*. Semiſumma autem angulorum ad B, & C eſſet *70*, & factis, ut *72* + *20* = *92* ad *72* — *20* = *52*, ita tangens ſemiſummae *35°* = *70021* ad *39577* tangentem ſemidifferentiae = *21.° 36'*, qua ablata a ſemiſumma *35°*, habetur angulus B quaeſitus *13.° 24'*, qui erit omnium minimus, & multo magis diſtabit a maximo *16.° 7'*, quam in priore caſu diſtaret minimus = *4.° 42'* a maximo = *6.°*

CLXII. Ex his omnibus patet, quid in ſingulis ſingulorum generum radiis obtineatur. Videntur ii omnes, qui intra eos limites continentur, & in eadem facilitatis magnitudine, ſinguli in ſingulis, vel binis circulo-

lorum ſingulorum parallelorum arcubus, habentibus illam Q M pro axe, & centrum in ipſo axe. Quod ſi conſideretur totus tractus facilitatis, ſive totum intervallum alterius diſpoſitionis ; apparebunt faſciae quaedam cum hiatu nigro ; ſi plures eiuſdem coloris radii, faſciae ampliores erunt, ſi omnes colores ſimul, habebuntur Irides ab earum ſuperpoſitione ortae, quas ſingulas determinare pronum eſſet ; omnium autem faſciarum axis erit eadem recta C G. Patet, itidem ingentem in coloribus mutationem fieri oportere mutato oculo, cum tanta fiat anguli maximi, & minimi mutatio. Facile itidem definiri poſſent phaenomena, quae pertinent ad ſpeculi inclinationem, qua fiat, ut centrum cavitatis non ſit in C, ac alia ejuſmodi, quae apud Newtonum occurrunt, ſed nihil eſt uſquam apud illum, quod ex traditis principiis admodum facile non dignoſcatur.

CLXIII. Simili methodo Newtonus & illa perſequitur, quae pertinent ad formationem Coronarum, & Halonum circa Solem, & Lunam per colores in exiguis guttulis ortos a defectu aliquot intervallorum in tranſitu per guttulas exiguas, ut ope refractionis, & reflexionis regularis, ac diverſae radiorum refrangibilitatis in guttis majoribus explicat Iridis naturam mirum in modum. Sed ea vel apud ipſum abunde ſunt prona, vel ab aliis jam paſſim illuſtrata in vulgaribus elementis, quae idcirco hic omittimus, in iis exponendis, ac demonſtrandis intenti, quae majorem difficultatem habent.

CLXIV. Illud unum addendum omnino cenſemus, quod ad Iridem ſecundariam pertinet, in qua ex hoc vicium regreſſu habetur difficultas, quam quatuor ab hinc annis Mairanio celeberrimo Viro cum Academia Pariſienſi communicandas tranſmiſit per literas Boſcovichius Noſter, cui ex iis etiam, quae protulimus debemus, plurima, atque ea in primis, quae ad illuſtrandam vicium naturam, & earum conſectaria ad tenues, & craſſas laminas, pertinentia, protulimus ex Geometria, ab eo nuſquam adhuc vulgata. Eſt autem, difficultas hujuſmodi. Secundaria Iris debet fieri in guttis aquae rotundis per radios, qui poſt binas intra ipſas reflexiones in angulo quodam minimo emergunt. Porro quoniam chorda ante, & poſt reflexionem ejuſdem longitudinis in globo eſſe debet, numerus vicium a primo ingreſſu ad primam reflexionem erit idem, ac inter primam, & ſecundam. In ingreſſu fuit radius in vice tranſmiſſus, in fine primae cordae in vice reflexionis. Igitur in fine ſecundae chordae erit iterum in vice tranſmiſſus. Omnes igitur tranſmittentur nullo reflexo ad ſecundariam Iridem efformandam. Difficultas eſt graviſſima, & haud ſcimus, an aliam ſolutionem admittat, quam illam ab eodem Auctore traditam in eadem epiſtola ; aeris agitatione exigua mutari figuram ſphaericam nonnihil ita, ut unum, vel alterum intervallum accedat, vel deficiat, nulla ſenſibili mutatione facta quae Iridis ortum ad ſenſum immutet. Sed de his omnibus jam ſatis.

Digitized by Google

§. IV.

De corporum naturalium coloribus, *ac* *De luminis natura, & proprietatum cauſis.*

CLXV. Bina hic argumenta conjungimus, quae longam admodum tractationem requirerent ſingula, ſed nos utrumque paucis expediemus. Alterum enim & diligenter, & ſatis etiam perſpicuè Newtonus tradidit libro 2. Opticae parte 3, alterum in ſecunda parte diſſertationis de lumine Boſcovichius eſt perſecutus. Summa iccirco tantummodo capita perſtringemus, iis adjectis, quae maximè adnotatu digna videbuntur.

CLXVI. Tertia illa ſecundi Newtoniani libri pars 20 propoſitiones continet, quarum aliae ad ipſam luminis naturam pertinent, ad vices nimirum illas facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus, de quibus jam egimus abundè, & ex quibus laminarum tenuium colores pendent, aliae ad corporum actionem in lumen, ac eorumdem vires, quae ad cauſas proprietatum luminis ſpectant, directae nimirum propagationis per medium uniforme, reflexionis, refractionis, diffractionis ab ejuſmodi actionibus pendentium, priores 7 tantummodo pertinent ad naturalium corporum colores, ſive hi permanentes ſint, quos in ipſo titulo Newtonus expreſſit, ſive variabiles, qui ab iiſdem principiis pendent. Et quidem iis, quae ad lamellarum tenuium phaenomena pertinent & vices, probè intellectis, nihil hic omnino eſſe arbitramur, quod quemquam morari poſſit.

CLXVII. Primo quidem dum radius per uniforme, ac homogeneum ſatis pellucidum corpus propagatur, nullas reflexiones, aut refractiones internas fieri, quae ſenſu percipi poſſint, experientia etiam docemur, & quidem id eſſe diceremus omnino pellucidum, per quod liberrimè ſine ulla deflexione tranſiret lux. Refractiones autem, & reflexiones fieri videmus itidem, quotieſcumque per media diverſae naturae tranſitur, dempto caſu reflexionis in totum, in appulſu nimis obliquo ad medium minus refringens, in quo habetur ſola reflexio ita, ut in tranſitu per illa corpora, in quibus maxima deviatio fit per refractionem, maxima itidem luminis copia reflectatur. Partes autem ſatis tenues corporum omnium ſatis itidem pellucidas eſſe, conſtat pariter ex obſervationibus. Id iis, qui microſcopiis tractandis aſſueverunt notiſſimum eſt, ac ſi ad foramen feneſtrae occluſae applicetur lamella admodum tenuis cujuſvis corporis, quae in aperta luce videtur prorſus opaca, apparebit ſatis diaphana ex obſcuro conclavi lucidum objectum tranſpicienti. Sunt quaedam corpora metallica alba, quae etiam ad ingentem tenuitatem redacta videntur adhuc admodum opaca. Verum & ea in menſtruis diſſoluta fiunt pellucida.

Ex

Digitized by Google

CLXVIII. Ex hiſce, quae praemiſimus, eò deducimur, ut opacitatis cauſam repetamus a multiplici reflexionum, & refractionum numero, quae intra ipſa corpora fiant, intra quae plurimi adſint meatus vacui, vel à materia admodum diverſae denſitatis occupati. Nam & in plurimis corporibus opacis etherogeneorum plurimarum ſubſtantiarum texturam videmus, ut in corporibus organicis omnibus, in lignis nimirum, & oſſibus, ac aliis ejuſmodi ad plantas, & animalia pertinentibus. Idem autem & in marmorum multiplici genere oculis ipſis depraehenditur. Videmus autem alia corpora natura ſua pellucida, ubi in ejuſmodi particulas redigantur, quae vacua ſpatiola intermixta relinquant particulis ipſis, maſſas illico opacas conſtituere, ut vitrum contuſum in pulverem. Aqua ipſa, ubi in glaciem, vel in ſpumam, & nebulas, nubeſque redacta bullulas plurimas inſertas contineat, vel tota in bullulas abeat, vel ubi in pluviam effuſa globulis conſtet a ſe invicem disjunctis, pelluciditatem amittit. Oleum natura ſua non ita opacum, dum congelatur, in grumulos quoſdam abit, in quibus interjecta ſpatiola manifeſta ſunt. Hinc & in aliis ſubſtantiis plurimis, quae dum caloris vi liqueſcunt pellucidae ſunt, dum concreſcunt, opacae fiunt, ut cera, admodum veroſimile eſt, particulas minimas refrigeſcentes minus ſpatii occupare, quàm ante occupaverant, & vacua ſpatiola relinquere, quae reflexiones, & refractiones internas pariant. Et quidem ejuſmodi reflexiones, & refractiones debere opacitatem gignere, res eſt admodum manifeſta. Cum enim in quovis tranſitu per ſuperficiem diverſa media dirimentem pars luminis reflecti debeat, pars tranſmitti, & reflexio ipſa, ac refractio pendeant a poſitione ſuperficierum illarum, quae irregulariter in omnem plagam diriguntur; patet omnino, debere totum id lumen circumquaque diſpergi, & vel errore immenſo, ac admodum diuturno, & fortaſſe etiam perpetuo vagari per ipſa corporis viſcera, vel prodire, ſed cum directionibus quibuſcumque, circumquaque diffuſum; quo tamen caſu in immenſum major copia luminis ex eadem illa prodibit parte, per quam ingreſſum eſt; quò enim altius in corporis ipſius ſubſtantiam deſcenditur, eò minus luminis inveniri ibi debet, nam diſperſo ſemper circumquaque lumine, pars introrſum progredientis ſemper iterum retro regreditur, erumpentis autem e ſuperficie prima, pars nulla regreditur retro repulſa. Et quidem ſi nihil prodeat, quod fieri poterit, ubi particulae homogeneae ad ingentem quamdam tenuitatem redactae, reflexionem nullam parere poſſint, poſſint autem refractionem aliquam, nigerrima ſubſtantia fit; ſi aliquid prodeat, ſed ita, ut vel modica ſit pars, quæ prodit, vel per longum tempus aeque diſtributa, nigra quidem erit ſubſtantia, ſed nigredine minus atra gradatim: ſi totum prodeat ſimul, vel tempuſculo perquam exiguo, perfectae albedinis corpora fient: ſi omnium colorum genera prodeant (quod fiet, ſi particulae diverſarum craſſitudinum ſint, quarum aliae aliis lamellis tenuibus reſpondeant, vel craſſiores ſint, quam ut coloribus ſeparandis ſint aptae) ſed magna ipſorum pars, vel non prodeat, vel per longiſſimum tempus diſtribuatur, habebitur cinericius, & ſubfuſcus color. Si prodeant certorum colorum radii in majore copia, quam alii, quod accidit, ſi corpus e lamellis certarum craſſitudinum ad certos colores copio-

 ſius

ſius reflectendos aptarum conſtet, habebitur color ex omnibus illis reflexis compoſitus, ac in omnibus hiſce poſtremis caſibus, ſi maxima quidem luminis prodeuntis copia prodeat tempore perquam breviſſimo, ſed non ita parum luminis etiam exeat aliquo ſequenti tempore (quod quidem ab ipſa textura corporis pendet, quæ luminis ingredientis iter internum determinat uſque ad egreſſum, ubi fieri poteſt etiam, ut errorum ambagibus in immenſum multiplicatis a quibuſdam particulis luminis, totum tempus ad eos motus neceſſarium adaequet, & ſuperet, quantum libet, dimidium quadrantem horae, quo lumen a Sole ad Terram devenit) corpora erunt phoſphora ejus generis, quod lumen exceptum a Sole, vel diu vomit in tenebris, ut lapis Bononienſis, & alia ejuſmodi, vel breviſſimo tempore, ut tam multa illa phoſphora, quæ Becarius in elegantiſſimo Opuſculo ſuo tam ingenti ſolertia detecta protulit, quae modiciſſimo paucorum ſecundorum tempore lumen a Sole in aprico receptum, retracta in tenebras ſpectatori oculos a luminis copioſioris vehementi tenſione immunes diu ſervanti reddat ſenſibile.

CLXIX. Et quidem opacitatem ab hiſce intervallis, & internis viae permutationibus oriri illud etiam, oſtendit, quod multa corpora ſatis opaca, perfuſa liquoribus, quae refringendi vi minus ab iis diſcrepent, ut charta oleo perfuſa, oppletis intervallis illis, magis pellucida fiunt, cujus oppoſitum contingeret, ſi defectus pororum in directum jacentium generaret opacitatem. Confirmatur autem ex eo, quod e diaphaneorum genere fluida in primis ſint, & chryſtalla; ac fluida minimarum particularum homogeneam in particulis ſphaericis circumquaque a centro texturam requirant in primis, ut in Synopſi Phyſicae Generalis heri propugnata oſtendimus; Chryſtalla vero, quae in alia corpora a Chymicis transformari non poſſunt, etiam ipſa homogeneitatem praeſeferant. Quod vero corpora ipſa opaca certi potius, quam alterius coloris ſint, inde oriri, unde id ipſum deduximus, multo veroſimilius redditur ex eo, quod ſi ſumatur ampliſſima lamella, quae certum colorem reflectere debeat, certum vero tranſmittere, tum eadem contundatur in exigua fruſtula, quae tamen craſſitudinem ſingularum particularum non immutent, ac eadem connectantur, debeat omnino e fruſtulis eumdem colorem ſervantibus in reflexione, ejuſdem itidem coloris maſſa obtineri, Patet autem corpora colorata unum potius, quam aliud radiorum genus reflectere ex eo, quod luminis, quod ab ipſis redit, proprietates eaedem ſunt, ac luminis directi Solaris, cum eadem lege propagetur, reflectatur, refringatur. Fere autem ſemper omne radiorum genus reflectunt corpora, & quoddam determinatum, vel quaedam determinata in majore copia: nam ſi radius rubeus priſmate ſeparatus ab aliis ſupra violaceam, viridem, rubram ſubſtantiam cadat, rubras exhibet omnes, ſed priores illas debili, poſtremam vivido colore, quod reliquis omnibus coloribus accidit, ut ſi ſola adveniant, ſuum tantummodo colorem reddant. Id autem oriri debet tum ex eo, quod non ejuſdem prorſus craſſitudinis omnes particulae eſſe poſſunt, variante ſemper aliquid in variis primae generationis combinationibus Natura, tum ex eo, quod in extremis lamellarum perfractarum limitibus craſſitudines admodum diverſae, ex omnibus aliquid coloribus commiſceant. Por-

Digitized by Google

CLXX. Porro ex iis, quae diximus manifeſto patet, ad hoc, ut corpora opaca eſſe poſſint, debere habere particulas intervallis diverſa ſubſtantia oppletis, vel etiam vacuis intermixtas, quae particulae, vel quae intervalla nec certa magnitudine minora ſint, nec certa magnitudine majora, nimirum ea, quae requiritur ad hoc, ut lamellae lumen reflectant, quae major eſſe debet uno vicium intervallo, minor viginti; ubi autem colores conſtantes ſunt, in quavis luminis, vel oculi obliquitate, lamellae e corporis ſubſtantia conſtantes ſatis magna praedita vi vacuis illis amplioribus intervallis interjectae eſſe debent; ubi variabiles, ut in Columbae collo, & Pavonum caudis, vel ſubſtantia multo minus activa, ut multo rarior debet eſſe, vacuis ipſis ſpatiis interjecta, quam ipſam ob cauſam plumae ejuſmodi tam leves ſunt, vel in vacua ſpatiola exigua ſubſtantiae denſiori, & craſſiori interjecta, unde in ponderoſiſſimis, & denſiſſimis quoque ſubſtantiis colorum variatio haberi poſſet. Porro ubi colores conſtantes ſunt, ſtatim inveniuntur magnitudinum limites, intra quos particulae illae ipſae contineri debent, ſi detur ratio ſinuum incidentiae, & refractionis in ea ſubſtantia, ex qua componitur datum coloratum corpus. Nam craſſitudo earum particularum debet eſſe major uno intervallo vicium, minor 20 intervallis, ut diximus, ad quae ſeptima e colorum ſeriebus a Newtono comparatis non pertingit, ultra quas nulli jam ſenſibiles colores habentur, qui & in poſtremis tribus a nobis in quarta noſtra tabula iccirco omiſſis, ſatis jam evanidi ſunt. Eſt autem unum ex ejuſmodi intervallis in aere quam proxime $\frac{4}{1000000}$ unius unciae, ut vidimus numero XCI., & in reliquis ſubſtantiis eſt ad hanc menſuram, ut eſt ſinus incidentiae ex aere in eamdem ſubſtantiam ad ſinum refractionis.

CLXXI. Determinatis limitibus, inter quos data ipſorum vi refractiva contineri debent omnium corporum coloratorum particulae, ambigi quandoque poterit de magnitudine abſoluta, dubitando, ad quam e ſeriebus pertineant earum colores. At id ipſum quandoque deprehendi poterit, vel ex ipſa vivacitate coloris, vel e ſucceſſione colorum, dum corpus illud alterationem aliquam patitur. Sic violarum color puriſſimus tertii ordinis videtur eſſe Newtono, qui in 7. Propoſitione multa corporum genera diligenter perſequitur; & is quidem color in tertia ſerie requirit intervalla $5\frac{1}{4}$. Tertii pariter, vel etiam ſecundi ordinis ſunt virides puriſſimi, cujus iccirco generis videntur eſſe herbidi plantarum colores. Et ii quidem in multis, dum marceſcunt, abeunt in flavum, tum in aureum, ac deinde in rubeum, quod in ſecunda ſerie accidit, in qua is viridis color 4. intervalla requirit.

CLXXII. Corporum plerorumque particulas homogeneas illas, & pellucidas Newtonus affirmat ejuſdem generis videri ſibi ex pluribus conjecturis in ordine ad vim activam in lumen, adeoque in ordine ad intervallorum longitudinem, ac vitri, vel aquae, quorum intervalla in vitro ſunt $\frac{2}{3}$, in aqua $\frac{3}{4}$ intervalli aerei, adeoque ibi $\frac{8}{3000000}$, hic $\frac{3}{1000000}$ unius unciae; verum hanc rem in incerto poſitam eſſe arbitramur. Poteſt enim eſſe cujuſcumque denſitatis, & ponderis maſſa quapiam corporea, exiſtentibus parti-

ticulis in quavis data ratione denſioribus, ad quam rem illud unum requiritur, ut nimirum particularum ipſarum magnitudo ad magnitudinem intervallorum rationem datam habeat, quae poteſt eſſe utcumque variata in data etiam materiae quantitate. Atque inde illud quoque facile eruitur, & in ſolidis, & in fluidis corporibus poſſe colorem quemvis, cum quavis denſitate totius maſſae, vel particularum ſingularum conjungi.

CLXXIII. Caeruleus itidem aëris puriſſimi color a magnitudine vaporum pendet, qui ſi ad ejuſmodi tenuitatem redigerentur, ut nihil luminis reflecterent, Caelum appareret nigerrimum, & Stellae interdiu quoque viderentur, rediguntur autem adſummum ad eam tenuitatem, ut diameter aequetur uni violaceorum, vel caeruleorum intervallo, cujus magnitudinis globuli nullius alterius coloris radios ex ſecunda ſuperficie reflectunt, ac ſi omnes ejuſmodi ſunt, Caelum admodum ſaturo violaceo colore apparet, ſi minores aliquanto ſint, vel majores admixtos habeant, adhuc ſemper in reflexo lumine caeruleus color praevalet, mixtus ex pluribus magis refrangibilibus; nam quivis globulus major, qui ad reflectendos magis refrangibiles per diametrum allapſos eſt aptus; poteſt, ut vidimus, per breviores chordas omnes etiam minus refrangibiles colores reflectere, non autem viceverſa. Hinc vero fit, ut radius directus, ubi interdiu Sole ſupra Horizontem ſatis elevato exiguum iter habet per aërem, aliqua maxime refrangibilium parte viduatus accedat ad aureum, circa ipſum autem Ortum, & Occaſum Solis longiſſimo in tanta obliquitate itinere per Atmoſphaeram, depoſita jam magis refrangibilium maxima parte, rubeſcat etiam, & rubeo colore nubes inficiat.

CLXXIV. Notandum hic demum illud, eſſe aliquem a Deo nobis præfinitum teminum, ultra quem in admirabili Naturæ induſtria, & corporum naturalium textura contemplanda pogredi nobis non liceat. Quinque ad res extra nos poſitas cognoſcendas a Natura ſenſus accepimus. Caeteri exiguos admodum limites habent, ſive augeantur rerum diſtantiæ, ſive minuantur earumdem partes. Viſus luminis ope Caelum ipſum conſcendit, & Aſtra teleſcopiorum potiſsimum adjumento fretus contemplatur, ac ad perquam exiguas plantarum, & animalium fibrillas potiſsimum ope teleſcopiorum deſcendit. At eas particulas, quae minorem habent craſsitudinem, quam quae lumini reflectendo eſt apta, cujuſmodi craſsitudo in aëre eſt $\frac{4}{1000000}$, & in nullo forrtaſſe corpore minor, quam $\frac{1}{1000000}$, vel $\frac{2}{1000000}$, nunquam viſus, nec vero ullus alius ſenſus percipiet. Adeoque nihil unquam innoteſcet nobis ex iis omnibus, quae ad naturalium corporum conſtructionem tam miram, ac variam ipſa Natura praeſtat per particulas tanto minores.

CLXXV. Haec de corporum naturalium coloribus, nunc ea, quae ad naturam luminis pertinent, quambreviſsime progrediemur. Eam in effluvio quodam tenuiſsimo ſitam eſſe arbitramur, non in preſsione ſimplici, quae per fluidum aliquod continuis contextum globulis propagetur, nec in undis inelaſtico fluido excitatis. Nec nos quidquam movent recentiſsima ſummi Geometrae Euleri argumenta, qua emanationis ſententiam evertere, & argu-

Digitized by Google

gumentis contra undas reſpondere conatus eſt in ſua *nova lucis, & colorum Theoria*, quibus omnibus evidentiſsimam eſſe reſponſionem arbitramur. Preſſionem illam ſimul ex quavis particula ſpatii in omnes plagas fieri non poſſe cenſemus evidentiſsimum; nec vero ipſa preſsio ad explicandas alias haſce tam miras, quas expoſuimus, proprietates eſt apta, utcumque aptam eſſe quis arbitretur explicandae rectilineae propagationi ad diſtantias etiam tam immanes. Undae autem, ubi ad obſtaculum aliquod deventum eſt, inde circumquaque in orbem iterum propagantur. Id in aquae undis ultra obſtaculum per foramen propagatis quotidiana experientia docet: docet etiam in ſono in cubiculum per feneſtram admiſſo. Contendit Eulerus, non per feneſtram, ſed per parietes propagari ſonum, ac affirmat illud: *Etiamſi foramen obturetur, ſonus nihilo minus ubique in conclavi fere aeque fortis auditur.* Contrarium quotidie evidentiſsimè experimur. Occluſa feneſtra, vel porta, licet adhuc meatus aliqui ſuperſint, ita imminuitur ſonus, ut iccirco, dum in cubiculo colloquimur, ſi ſonum in proximo conclavi evitare volumus, fores occludere ſoleamus. Evidentiſsimum eſt maximam ſoni partem per feneſtram, vel fores propagari ad angulos omnes. Per parietes vix quidquam ope aëris incluſi meatibus propagatur, & conclavi ſatis firmis obſtaculis concluſo, vix ſentitur ullus. At enim, inquit, videretur nobis corpus ſonans eſſe in ipſo foramine, quod ſecus contingit. Reſpondemus aliud eſſe directionem, aliud diſtantiam. De utraque in ſono ob ipſam aurium ſtructuram multo minus evidenter judicamus, quam in lumine. Adhuc tamen, quod ad directionem pertinet, affirmamus omnino judicari de ſono, licet admodum confuſe, ſecundum ipſam foraminis directionem. Experiri poterit, qui velit. Saepe nobis accidit, feneſtra, & porta patente, domeſtici campani æris ſonum per viciniorem ſentire ſecundum illam directionem, occluſa illa, ſtatim ſentire per aliam. De diſtantia autem judicamus potiſſimum ex vi ſoni, & undarum forma, quae admodum diverſa eſt, ubi immediate propagantur a corpore ſonoro, ac ubi poſt ingens foramen. Undas, addit, ſi in gyrum propagarentur ab obſtaculo, debere in gyrum & in libero aere propagari. At omiſsis mechanicis rationibus, ipſae undae in ſuperficie aquae oppoſitum docent. Pluribus lapillis in aquam decidentibus excitantur plures concentricorum circulorum ſeries, nullus circulus alterum turbat in ſpatio libero, ubi vero ad obſtaculum deventum eſt cum tenui foramine, unica ex omnibus nova ſeries emergit foramen habens pro centro. Horum evidentem notitiam experiundo acquirere ſibi poterit, quicumque velit.

CLXXVI. Et hoc quidem argumentum petitum ab undarum circulari propagatione poſt foramen arbitramur validiſſimum. Poferri ſolet & aliud petitum a vacuitate neceſſària ad hoc, ut adimatur Planetis reſiſtentia, quod Eulerus contra Newtonianos retorquet, qui omnia luce repleant eamdem itidem reſiſtentiam paritura. Illud argumentum contra Carteſianos potiſſimum profertur, & eos, qui omne vacuum etiam diſſeminatum excludunt. Tenuitas immenſa luminis reſiſtentiam excludit. Ad eam tenuitatem immanis vacui praeponderantia requiritur, & materiae paucitas multo major, quam in Planetis ipſis. Si autem quis hujuſmodi tenue fluidum

Digitized by Google

dum admittat cum tam immenſa vacui copia, viderit quo pacto ſine ulla turbatione in iiſdem undas poſſit admittere ſimul cum omnibus directionibus oppoſitis. Accedit, quod luminis celeritas eſt eadem prorſus in lumine, Solis, & Stellarum. Deberet ejus fluidi denſitas, & elaſticitas eſſe ubique in tanto diſtantiarum diſcrimine prorſus eadem. Deberet idem fluidum elaſticum eſſe, atque expanſionem quaerere totum, quam deberet ſuperficies aliqua impedire, qua mundus contineretur. Nobis ſane ejuſmodi ſententia placebit nunquam.

CLXXVII. Hae libuit adnotare libuit de iis, quae pertinent ad Eulenianam undarum definitionem; illa autem, quae is objicit emanationi ſubſtantiae progredientis reſponſionem habent evidentiſſimam. Objicit diſſipationem Solis, quae ex tanta luminis emiſſione conſequeretur, quam videt evitari admiſſa tenuitate immani; at putat abſurdam eam, in qua denſitas luminis ſit minor denſitate materiae Solaris quantum exprimit 1 cum 18 cyphris. At nobis non ea tantummodo non videtur abſurda, & incredibilis, ſed videtur omnino vero illa tanto major, quam Boſcovichius determinavit in Diſſertatione italico ſermone conſcripta de Luminis tenuitate, & in prima parte Diſſertationis de Lumine quae ſuperat cyphras 73. Qui diviſibilitatem in infinitum conſideret, tenuitatem utcumque ingentem nequaquam mirabitur.

CLXXVIII. Addit *nullo modo explicabile videri, quomodo duo pluresve radii tam incredibili celeritate ſibi occurrentes ſe mutuo in motu non perturbent;* ac cum ad diaphaneitatem meatus rectilinei requirantur, *nullum inventurum locum materiam, ubi conſiſtat..., nam utcumque horum corporum materia diſpoſita concipiatur, fieri omnino non poterit, ut ſecundum omnes prorſus directiones meatus exiſtere, ac patere queant*. At in Boſcovichiano ſiſtemate de corporum compoſitione, quod heri protulimus, & propugnavimus ejuſmodi difficultates penitus evaneſcunt.

CLXXIX. Omnia nimirum corpora conſtare arbitramur punctis prorſus indiviſibilibus, & inextenſis, a ſe invicem aliquo intervallo disjunctis, quae vires quaſdam habeant mutuas aliis diſtantiis alias, & alibi attractivas alibi repulſivas: juxta ſimplicem & conſtantem legem ibi expoſitam, quae inter ſe validiſſime etiam cohaereant, cum ſint in certis limitibus attractionum, & repulſionum. Ibidem autem oſtendimus, quod in ſecunda parte ſuae Diſſertationis de Lumine oſtenderat Boſcovichius, quo pacto per ejuſmodi virium legem, & fermentatio habeatur validiſſima, ſine diſſolutione maſſae, & emiſſio luminis cum immani velocitate, in omnibus punctis ferè aequali. Pergunt ea puncta omnia lumen conſtituentia moveri ad ſenſum aequabiliter vi inertiae (ut jam de ipſis cauſis agemus proprietatum luminis) nec unquam iter detorquent, niſi ab aliit materiae punctis ad corpora pertinentibus in unam plagam agantur magis, quam in aliam. Porro nullum ejuſmodi punctum incurret unquam in aliud punctum ſine luminis, ſive alterius corporis, quod ſic evincitur. E quovis puncto poſſunt exire infinitae numero lineae in quovis plano, & in ſpatio circa id punctum cuntento infinita numero ſunt plana, ac proinde infinitus ſecundi ordinis eſt numerus rectarum e dato puncto prodeuntium. Numerus autem pun-

punctorum materiae in hoc ſyſtemate eſt finitus, adeoque numerus finitus earum rectarum tranſit per loca ab illis materiae punctis occupata quovis momento temporis. Quare pro quovis determinato momento temporis, & pro quovis puncto luminis eſt infinita ſecundi ordinis improbabilitas in eo, quod illud punctum luminis percurrat rectam illo momento temporis incurrentem in aliquod punctum materiae. Haec improbabilitas pro omnibus punctis luminis, quae numero finita ſunt, dato tempore emiſſis minuitur in eadem ratione, in qua augetur punctorum numerus, adeoque remanet infinita ordinis ſecundi, pro omnibus vero momentis temporis finiti cujuſvis, minuitur in ea ratione, in qua augetur eorum numerus, quae cum ſint numero infinito primi ordinis, remanet adhuc improbabilitas infinita ordinis primi. Certum igitur debet eſſe nullum luminis, nec materiae cujuſvis punctum per quodcumque finitum tempus ulli puncto materiae occurſurum in motu ſuo, unde heri impenetrabilitatis rationem protulimus diverſam etiam ab ea, quam vires repulſivae gignunt. Eodem autem argumento evincitur *non ſolum fieri poſſe, ut ſecundum omnes directiones meatus exiſtant*, ſed facile conficitur illud certum eſſe, nuſquam tria materiae puncta jacere prorſus in directum, & in quamvis plagam infinitas numero directiones haberi ſine ullo impactu, ac perturbatione mutua luminis.

CLXXX. Ea de cauſa omnia corpora, ut heri expoſuimus, per omnia corpora tranſire deberent ſine ullo punctorum occurſu mutuo. Liberum tranſitum ſolae vires repulſivae, vel attractivae impediunt, quae admodum validae extenduntur ad diſtantias diſtantiis punctorum majores, & eae caeterorum corporum regreſſum per nos inducunt etiam ſine contactu immediato. Earum effectus aucta celeritate; & tenuitate minuitur plurimum, & in lumine ipſis ejuſmodi actionibus conſideratis, omnes ipſius luminis proprietates ſponte proveniunt. Ejuſmodi actiones in lumen agere in aliqua etiam diſtantia ſatis evincunt illae luminis inflexiones, vel diffractiones, quas Grimaldus noſter detexit, & quae ſunt quaedam velut inchoata reflexio, & refractio. Radius enim luminis in tranſitu ſuo prope corporum opacorum acies in quadam ab ipſis aciebus diſtantia intorquetur, partim introrſum, partim extrorſum, quarum diffractionum phoenomena plura recenſet Newtonus Optices libro tertio, & quarum rationem pariter reddi poſſe arbitramur ex iiſdem principiis vicium facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus, ut nimirum in ipſo illo tranſitu prope acies, luminis particulae vel introrſum, vel extrorſum deflectantur, prout fuerint in vicibus facilioris tranſmiſſus, vel facilioris reflexionis.

CLXXXI. Et quidem illud omnino arbitramur luminis reflexionem, & refractionem ab impactu immediato in corpora reflectentia, & refringentia repeti omnino non poſſe, quod de reflexione potiſſimum admodum manifeſto evincitur ex iis omnibus argumentis, quae Newtonus collegit prop. 8. partis 3. lib. 2, & ex eo in primis, quod ſuperficies licet politiſſimae, adhuc tamen admodum ſcabrae ſunt reſpectu tenuiſſimarum particularum luminis, quae idcirco irregulariter reflecterentur in omnem plagam. Per vires autem in aliqua diſtantia agentes omnia conficiuntur mirum in modum.

 Con-

fore aequalia triangula f g o , F G H , & angulum in o angulo in H , cujus anguli ſinus ad ſinum anguli o h f erit , ut latus h f ad f O ſive ad H F.

CLXXXIV. Haec multo uberius expoſita videre eſt in Boſcovichiana diſſertatione de Lumine, par.2., ubi & vicium rationem reddit per expanſiones, & contractiones quaſdam particularum luminis mutantium figuram per vices, ac uſum cauſarum finalium in Phyſica rejicit. Ex iiſdem autem, quae expoſuimus, manifeſta fiet etiam decima propoſitio partis 3 lib.2. Newtoni, ubi corporum vires refractivas metitur, quas invenit denſitatibus proportionales ubique praeter corpora ſulphuroſa, & unctuoſa, ut vocat, quae majore vi agunt, quam pro quantitate materiae ſuae. Nec vero difficile eſt illa etiam percipere, quae in quaeſtione 17. Opticae idem addit de cauſa mirae duplicis refractionis Cryſtalli Islandicae per plura latera etherogenea particularum luminis, quae nos omnia omittimus producta jam nimium diſſertatione. Arbitramur autem partim in binis illis Boſchovichii diſſertationibus de Lumine (de quibus toties injecta eſt mentio), partim in hac contineri quidquid quiſpiam in communi Optica, & Geometria verſatus deſiderare poſſit, ad abſolutum etiam perpetuum ipſius Opticae Commentarium, quo ea plurimum ſane indiget, adornandum.

LAUS DEO.

Digitized by Google

Pag.	Lin.	*ERRATA*	*CORRIGE*
Pag. 2.	l. 41.	ita coſinus	ita ſinus
	8.	ad angulum A D C	ad ſinum anguli A D C
3.	32.	ut 113 ad 710	ut 710 ad 113
	37.	Eclypſibus	Eclipſibus
7.	24.	Violaceum, Cum	Violaceum, cum
8.	34.	27, $\frac{1}{2}$	27 $\frac{1}{2}$
	36.	ejuſdem	licebit ejuſdem
11.	25.	ipſae	ipſe
17.	4.	incidente	incidentes,
	39.	in fig. VV	in fig. 6 VV
25.	24.	P N I	P N I
27.	31.	T o F″	T o F″
28.	40.	A I′	T o I′
34.	15.	& ſinus	& ſinum
38.	2.	Reſolutionis	Reflexionis
	7.	I $\frac{R}{S}$	I R
	21.	12.... obliquo	1. 2, ... obliquo
	33.	Tabula IV	tabula Newtoni
39.	1.	tranſmiſſus	reflexionis
	2.	facillimi tranſmiſſus	facillimae reflexionis
	17.	ſi fieri	fieri
	25.	in angulo	in quibuſnam angulis
		vitrum inferius	vitrum
65.	28.	interjectio	interſectio

IMPRIMATUR,

Si videbitur Rmo Patri Magiſtro Sacri Palatii Apoſtolici.

F. M. De Rubeis Patr. Conſt. Viceſgerens.

IMPRIMATUR.

Fr. Vincentius Elena Rmi P. Mag. Sacri Palatii Apoſt. Socius, Ord. Præd.

[illegible] Google

Digitized by Google

005052551
Digitized by Google

CB

Digitized by Google